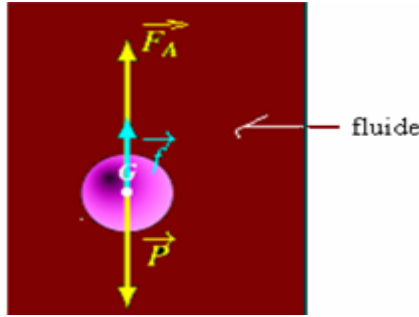


## I - القوى المطبقة على جسم من طرف مائع:

### (1) القوى المطبقة من طرف مائع:

الجسم المغمور في مائع يخضع إلى ثلاث قوى:

$\vec{P}$ : قوة الثقالة (أي وزن الجسم). و  $\vec{F}_A$ : دافعة أرخميدس و  $\vec{f}$ : قوة الاحتكاك المائع.



### (2) قوة الثقالة: Force de pesanteur

- تخضع الأجسام في مجال الثقالة إلى قوة الثقالة، وهي القوة المطبقة عليها من طرف الأرض وتسمى بالوزن  $\vec{P}$ .
- \* العلاقة بين شدة وزن الجسم وشدة الثقالة:  $P = m.g$ .
- \*  $\vec{g}$ : متجهة مجال الثقالة موجهة نحو مركز الأرض (أي رأسية نحو الأسفل)، وتحتفظ في نفس الموضع بنفس الشدة. وحدة شدة الثقالة  $g$  في النظام العالمي للوحدات هي:  $N/Kg$  أو  $m/s^2$ .
- \* القوة  $\vec{P} = m.\vec{g}$  تطبق في مركز القصور  $G$  للجسم الصلب.

### (3) دافعة أرخميدس: La poussée d'Archimède

- يخضع كل جسم مغمور كلياً أو جزئياً في مائع لقوة تماس ضاغطة تسمى دافعة أرخميدس، وهي رأسية، موجهة نحو الأعلى، شدتها تساوي وزن حجم السائل المزاح.  $F_A = \rho_f.V.g$
- القوة  $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$  تطبق في مركز قصور السائل المزاح.
- $\rho_f$ : الكتلة الحجمية للمائع ب:  $(kg.m^{-3})$ .

$V$ : الحجم المزاح للمائع ( $m^3$ )  
 $g$ : شدة الثقالة ب:  $(N/kg)$  أو:  $(m/s^2)$ .

### (4) قوة الاحتكاك المائع:

- تكافئ قوى الاحتكاك التي يطبقها المائع على الجسم الصلب المغمور داخله قوة وحيدة  $\vec{f}$  تسمى قوة الاحتكاك المائع، تطبق في مركز القصور  $G$  للجسم، معاكسة لمتجهة السرعة  $\vec{v}$ :  $\vec{f} = -k.\vec{v}^n$ . تتعلق بطبيعة السائل وبشكل الجسم الصلب.
- منظمتها:  $f = k.v^n$

**ملحوظة:** عموماً إذا كانت السرعة صغيرة نأخذ:  $n = 1$  فتصبح  $f = k.v$  في هذه الحالة تتعلق الثابتة  $k$  بلزوجة السائل. وإذا كانت السرعة كبيرة نأخذ:  $n = 2$  فتصبح  $f = k.v^2$  في هذه الحالة تتعلق الثابتة  $k$  بالكتلة الحجمية للسائل.

## III - السقوط الرأسي لجسم صلب باحتكاك:

### (1) المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة:

نعتبر جسماً صلباً كتلته  $k$  في حالة سقوط رأسي في مائع.

\* المجموعة المدروسة {الكرية}

\* جرد القوى: الكرية تخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$ : قوة الثقالة (أي وزن الجسم)  $\vec{P} = m.\vec{g}$  شدتها:  $P = m.g$

$\vec{F}_A$ : دافعة أرخميدس  $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$  شدتها:  $F_A = \rho_f.V.g$

$\vec{f}$ : قوة الاحتكاك المائع  $\vec{f} = -k.\vec{v}^n$  شدتها:  $f = k.v^n$

\* اختيار المعلم المناسب: نعتبر معلماً  $(O, z)$  موجهاً نحو الأسفل (لأن الحركة مستقيمة ورأسية).

\* تطبيق القانون الثاني لنيوتن:  $\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}_G$  أي:  $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

\* بالإسقاط على المحور  $oz$ :  $P - F_A - f = m.a_z$  لأن:  $m_f = \rho_f.V$

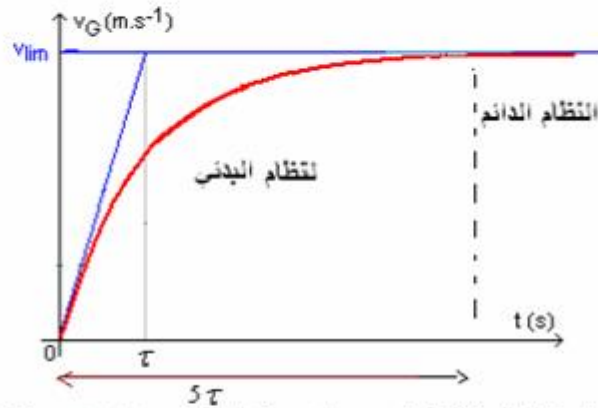
المعادلة التفاضلية تصبح كما يلي:  $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{m_f}{m}) - \frac{k}{m}.v^n$  ويمكن كتابتها كما يلي:  $\frac{dv}{dt} = A - B.v^n$

مع:  $B = \frac{k}{m}$  و:  $A = g(1 - \frac{m_f}{m})$

## (2) المقادير المميزة للحركة :

### (أ) النظام الدائم:

تمكن الدراسة التجريبية من رسم المنحنى الممثل لتغيرات سرعة الكرة بدلالة الزمن :



في البداية تزايد سرعة الكرة إلى أن تبلغ قيمة ثابتة تسمى: السرعة الحدية يرمز إليها بـ  $v_c$  فتخضع حركة الكرة إلى نظام يسمى النظام الدائم .

عندما يتحقق النظام الدائم ، تصبح السرعة  $v$  للكرة ثابتة وبذلك يصبح  $\frac{dv}{dt} = 0$  ومن خلال (1) يصبح لدينا :  $A - B.v_c^n = 0$

$$v_c = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{أي : ونحصل على تعبير السرعة الحدية :}$$

حيث  $\rho$  الكتلة الحجمية للكرة  $\rho_f$  الكتلة الحجمية للسائل .  $V$  حجم الكرة.

### (ب) النظام البدني : التسارع البدني للكرة:

في بداية السقوط تزايد سرعة الكرة وتسارعها :  $a = \frac{dv}{dt} = (1 - \frac{m_f}{m}).g - \frac{k.v^n}{m}$  يتناقص لأن قوة الاحتكاك المانع تزايد خلال حركة الكرة.

وفي اللحظة  $t = 0$  : تسارع الكرة البدني :  $a_o = (1 - \frac{m_f}{m}).g$  لأن  $v_o = 0$  .

مبيانيا قيمة التسارع البدني تساوي قيمة المعامل الموجه للمماس للمنحنى  $v = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  .

### (ج) الزمن المميز للحركة:

يتقاطع الخط المماس للمنحنى  $v = f(t)$  مع الخط المقارب للمنحنى في نقطة أفصولها  $\tau$  تسمى الزمن المميز للحركة .

تحدد قيمة  $\tau$  بالعلاقة :  $v_{lim} = a_o \tau$  .

بمعرفة قيمة الزمن المميز للحركة  $\tau$  يمكن تقدير مدة النظام البدني وهي تساوي حوالي :  $5\tau$  .

### (3) حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير:

### (3) حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير:

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية . ويستوجب استعمال هذه الطريقة معرفة سرعة مركز قصور

الجسم في لحظة معينة ، والتي غالبا ما تكون هي السرعة البدنية  $v_o$  في اللحظة  $t = 0$  .

في طريقة أولير يتم توظيف العلاقتين التاليتين :  $v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$  و  $a_i = A - B.v_i^n$   $\Delta t$  خطوة الحساب .

$$\text{نحدد : } a_o = A - B.v_o^n \quad \text{ثم تستنتج : } v_1 = v_o + a_o \Delta t$$

$$\text{نحدد : } a_1 = A - B.v_1^n \quad \text{ثم تستنتج : } v_2 = v_1 + a_1 \Delta t$$

$$\text{نحدد : } a_2 = A - B.v_2^n \quad \text{ثم تستنتج : } v_3 = v_2 + a_2 \Delta t$$

$$\text{نحدد : } a_3 = A - B.v_3^n \quad \text{ثم تستنتج : } v_4 = v_3 + a_3 \Delta t$$

ملحوظة: اختيار خطوة الحساب .

اختيار خطوة الحساب  $\Delta t$  يكتسي أهمية بالغة في طريقة أولير ، فكلما كانت قيمتها صغيرة ، كلما كانت النتائج النظرية قريبة من النتائج التجريبية.

عموما نأخذ الخطوة  $\Delta t = \frac{\tau}{10}$  لكي لا نتجاوز السرعة الحدية للكرة.

## 1) تعريف السقوط الحر:

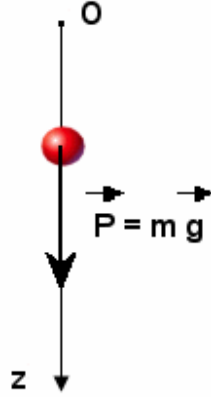
السقوط الحر لجسم صلب هو سقوطه تحت تأثير وزنه فقط وبدون سرعة بدئية. ويتم ذلك في الفراغ المطلق وفي الهواء عندما يكون للجسم شكلا انسيابيا وكثافة عالية بحيث يمكن إهمال تأثير الهواء عليه. إذا كان المسار رأسيا نقول أن السقوط الحر رأسي.

## 2) دراسة السقوط الحر لجسم صلب:

\* المجموعة المدروسة {الكرية}

\* اختيار المعلم المناسب: نعتبر معلما  $(o, z)$  موجها نحو الأسفل (لأن الحركة مستقيمة).

\* جرد القوى: الكرية تخضع لوزنها  $\vec{P}$  فقط. (نهمل تأثير الهواء أمام تأثير وزن الجسم)



\* تطبيق القانون الثاني لنيوتن:  $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \iff \Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G$

أي:  $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$

$$a_z = g$$

\* اسقاط العلاقة (1) على المحور oz:

التسارع ثابت والمسار مستقيم، إذن حركة الجسم مستقيمة متغيرة بانتظام.

\* المعادلة التفاضلية للحركة: نعلم أن:  $a_z = \frac{dv_z}{dt}$  ولدينا:  $a_z = g$  إذن:  $\frac{dv_z}{dt} = g$  وهي المعادلة التفاضلية.

المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور جسم في سقوط حر بدون سرعة بدئية تكتب على الشكل التالي:  $\frac{dv_z}{dt} = g$

\* دالة السرعة:  $\frac{dv_z}{dt} = g$  : إذن الدالة التي مشتقتها  $g$  تكتب:  $v_z = gt + C^z$

خلال السقوط الحر السرعة البدئية للجسم منعدمة:  $C^z = 0$  وبالتالي:  $v_z = gt$  وهي دالة السرعة.  
\* المعادلة الزمنية للحركة:

بما أن:  $v_z = \frac{dz}{dt}$  فإن العلاقة (2) تكتب كما يلي:  $\frac{dz}{dt} = gt$  إذن الدالة التي مشتقتها  $gt$  تكتب:  $z = \frac{1}{2}gt^2 + C^z$

نحدد الثابتة بالرجوع على الشروط البدئية: لدينا عند اللحظة  $t = 0$ :  $z = 0$  لأن الجسم انطلق من الأصل 0 للمحور oz

، إذن:  $C^z = 0$  وبالتالي:  $z = \frac{1}{2}gt^2$  وهي المعادلة الزمنية لحركة جسم في سقوط الجسم.

تعميم:

بالنسبة لمعلم رأسي  $(o, z)$  موجه نحو الأسفل، تكتب معادلات حركة مركز قصور جسم صلب في سقوط رأسي حر كما يلي:

$$a_G = g$$

$$v_G = gt + v_0$$

$$z_G = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t + z_0$$

بالنسبة ل:  $v_0 = 0$  و:  $z_0 = 0$  لدينا:  $z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$