

## السقوط الرأسي لجسم صلب

### Chute verticale d'un solide

## سلسلة التمارين

### التمرين 1: (سقوط رأسي حر)

تسقط قطعة جليد رأسيًا بدون سرعة بدئية، و نعتبر سقوطها حراً.

- 1) ما طبيعة مسار  $G$  مركز قصور قطعة الجليد؟
- 2) أوجد القوى المطبقة على قطعة الجليد أثناء سقوطها. ما القوى التي نهملها أمام الوزن؟
- 3) عبر بدلالة الزمن  $t$  عن الأنسب  $z$  للنقطة  $G$ .
- 4) أحسب مدة السقوط الموافقة للارتفاع  $h=15m$ .

### التمرين 2: (سقوط رأسي حر)

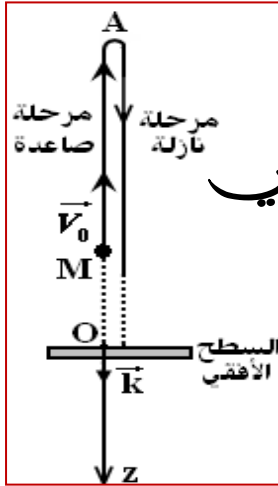
تسقط كرية بدون سرعة بدئية من ارتفاع  $h=2m$  في معلم متعامد و ممنظم  $R(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  محوره  $(O; \vec{k})$  رأسي، و موجه نحو الأسفل، و أصله يطابق موضع الكرية (باعتبارها نقطية) لحظة إطلاقها أصل التواريخ.

## ذ: أيوب مرضي

- 1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرية، باعتبار السقوط رأسيًا و حراً.
- 2) استنتج معادلات هذه الحركة.
- 3) ما المدة الزمنية التي يستغرقها السقوط الحر حتى تصل الكرية إلى سطح الأرض؟
- 4) ما قيمة سرعة الكرية في نهاية السقوط؟

### التمرين 3: (سقوط رأسي حر)

قذف طفل كرية كتلتها  $m$ ، نحو الأعلى بسرعة رأسية  $\vec{V}_0$ ، من نقطة  $M$  توجد على ارتفاع  $h=50cm$  من سطح الأرض.

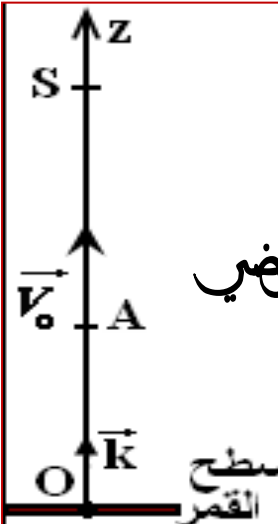


## ذ: أيوب مرضي

- 1) أوجد القوى المطبقة على الكرية خلال حركتها بعد القذف.
- 2) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة  $G$  مركز قصور الكرية في المعلم متعامد ممنظم  $R(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  محوره  $(O; \vec{k})$  رأسي، و موجه نحو الأسفل، أصله يوجد على السطح الأفقي.
- 3) أكتب المعادلتين الزميتين لحركة مركز القصور  $G$  للكربية بدلالة  $t$  و  $V_0$ .
- 4) أحسب القيمة  $V_0$  للسرعة البدئية لكي يكون ارتفاع أعلى نقطة  $A$  التي تصل إليها الكرية  $H=5m$ .

### التمرين 4: (سقوط رأسي حر)

أرسل رجل فضاء يوجد على سطح القمر، حيث  $g_L=1,66m/s^2$ ، كرة صغيرة كتلتها  $m$ ، رأسيًا نحو الأعلى انطلاقًا من نقطة  $A$  توجد على ارتفاع  $h=1,5m$  من سطح القمر بسرعة بدئية  $V_0=2m/s$  في لحظة نعتبرها أصلًا للتواريخ. نمعلم موضع مركز قصور الكرة على المحور  $(Oz)$  بالأنسب  $z$ .

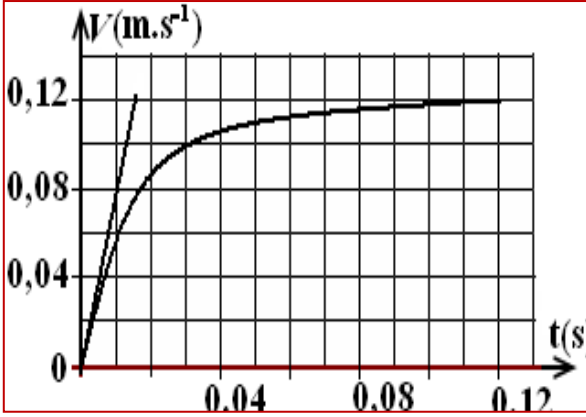


## ذ: أيوب مرضي

- 1) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة السقوط ثم استنتج المعادلتين  $V(t)$  و  $z(t)$ .
- 2) أحسب الارتفاع القصوي الذي تصل إليه الكرة أثناء حركتها. استنتج المسافة المقطوعة.
- 3) أوجد لحظة وسرعة مرور الكرة من نقطة انطلاقها  $A$ .
- 4) أوجد لحظة وصول الكرة للسطح ثم استنتج سرعتها عندما تلمسه.
- 5) نعيد نفس التجربة بإرسال نفس الكرة من النقطة  $A$  نحو الأعلى بسرعة بدئية تساوي ضعف السرعة السابقة  $V_0'=2V_0$  أجب عن نفس الأسئلة 2 و 3 و 4.

## التمرين 5: (السقوط الرأسي في مائع)

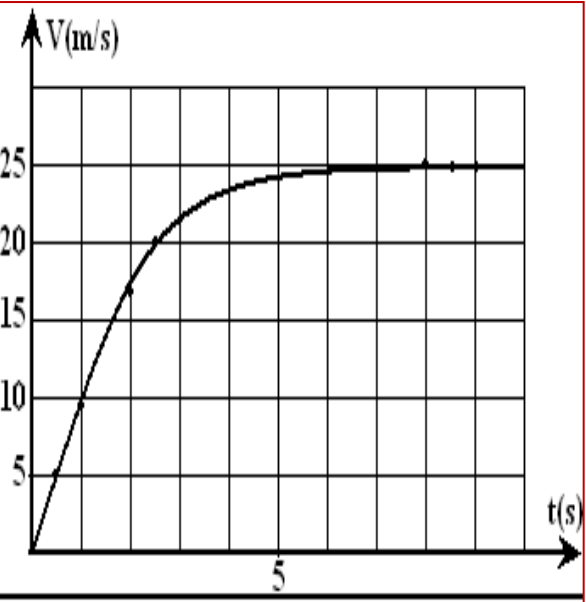
ندرس الحركة الرأسية ، بدون سرعة بدئية ( $v_0=0$  عند  $t=0$ ) لسقوط رمية (قطعة مسطحة كتلتها  $m$  وحجمها  $V$ ) في مخبر مدرج يحتوي على الغليسيرين ذي الكثلة الحجمية  $\rho$ . نعتبر أن الرمية تخضع لقوة احتكاك مائع منمنجة بمتجه  $\vec{f}$  لها نفس اتجاه متجهة السرعة  $\vec{v}$  ومنحاهها معاكس لمنحى الحركة وشدها  $f = k.v$  مع  $k$  ثابتة موجبة.



نحصل على المنحنى جانبه والذي يمثل تطور السرعة  $v$  بدلالة الزمن  $t$  لمركز قصور الرمية.

- أجرد القوى المطبقة على الرمية خلال سقوطها في الغليسيرين ، ومثلها على تبيان دون اعتبار للسلم .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن حركة مركز قصور الرمية تحقق المعادلة التفاضلية التالية :  $\frac{dv}{dt} = A - B.v$  أعط التعبير الحرفي لكل من  $A$  و  $B$  بدلالة معطيات النص.
- باستعمال المنحنى ، حدد قيمة كل من  $A$  و  $B$ .

## التمرين 6: (السقوط الرأسي في مائع)



يتكون البرد في الطبقات العليا من الغلاف الجوي والتي يتراوح ارتفاعها ما بين ألف متر وعشرة آلاف متر وحيث تكون درجة الحرارة منخفضة جدا تصل إلى  $-40^\circ\text{C}$ . تسقط حبة البرد عندما تفقد ارتباطها بالغيمة وتصل سرعتها عند وصولها سطح الأرض إلى  $160\text{km/h}$ .

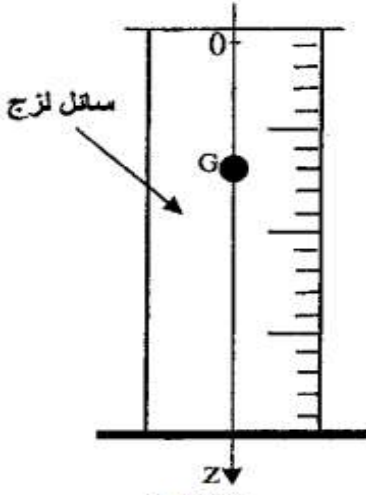
ندرس حركة حبة برد ( $G$ ) كتلتها  $m=13\text{g}$  والتي نماثلها بكرة قطرها  $3\text{cm}$  ، تسقط من نقطة  $O$  توجد على ارتفاع  $1500\text{m}$  بالنسبة لسطح الأرض . نعتبر النقطة  $O$  أصل معلم الفضاء ( $Oz$ ) موجه نحو الأسفل ونعتبر أن شدة الثقالة ثابتة وتساوي:  $g=9,8\text{m/s}^2$  : نعطي : حجم الكرة :  $V=(4/3)\pi R^3$  و الكثلة الحجمية للهواء هي :  $\rho=1,3\text{kg/m}^3$ .

تخضع ( $G$ ) لقوتين أخريتين هما دافعة أرخميدس  $\vec{F}_A$  و قوة الاحتكاك المائع مع الهواء  $\vec{f}$  والتي تتناسب مع مربع السرعة وتعبيرها هو :  $f = k.v^2$  :

| t(s) | v(m/s) | a(m/s <sup>2</sup> ) |
|------|--------|----------------------|
| 0,00 | 0,00   | 9,80                 |
| 0,50 | 4,90   | 9,43                 |
| 1,00 | 9,61   | 8,36                 |
| 1,50 | 13,8   | 6,83                 |
| 2,00 | 17,2   | $a_4$                |
| 2,50 | $v_5$  | 3,69                 |
| 3,00 | 21,6   | 2,49                 |

- بتحليلك لأبعاد قوة الاحتكاك ، حدد وحدة المعامل  $k$  في النظام العالمي للوحدات S.I.
- أحسب شدة دافعة أرخميدس ، ثم قارنها مع وزن القطعة من البرد ( $G$ ) . ماذا تستنتج ؟
- نهمل دافعة أرخميدس . أوجد المعادلة التفاضلية لحركة ( $G$ ) ثم بين أنها تكتب على الشكل :  $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$  .
- نحل هذه المعادلة بطريقة أولير . يمثل الجدول التالي جزء من ورقة عمل جدول يحتوي على قيم للسرعة  $v$  والتسارع  $a$  بدلالة الزمن بالنسبة لخطوة قدرها  $\Delta t=0,5\text{s}$  و الثابتين :  $A=9,8\text{m/s}^2$  و  $B=1,56.10^{-6}$  . أوجد قيمة كل من  $a_4$  و  $v_5$  موضحا بالتفصيل الطريقة المتبعة .
- عبر عن السرعة الحدية لـ ( $G$ ) بدلالة  $A$  و  $B$  ثم أحسب قيمتها العددية.
- يمثل المنحنى التالي ، تغيرات السرعة بدلالة الزمن ، أوجد مبيانيا السرعة الحدية.

## التمرين 7: (السقوط الرأسى فى مائع)



تمكن دراسة سقوط جسم صلب فى سائل لزج من تحديد بعض المقادير الحركية ولزوجة السائل المستعمل.

نملاً أنبوباً مدرجاً بسائل ثم نسقط فيه كرية متجانسة كتلتها  $m$  ومركز قصورها  $G$  بدون سرعة بدئية عند اللحظة  $t=0$ . ندرس حركة  $G$  بالنسبة لمعلم أرضى نعتبره غاليليا. نمعلم موضع  $G$  عند لحظة  $t$  بالأنسوب  $z$  على محور  $(Oz)$  رأسى موجه نحو الأسفل. نعتبر أن موضع  $G$  منطبق مع أصل المحور  $(Oz)$  عند أصل التواريخ وأن دافعة أرخميدس غير مهمة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية.

ننمذج تأثير السائل على الكرية بقوة إحتكاك  $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$  حيث  $\vec{v}$  متجهة سرعة  $G$  عند لحظة  $t$  و  $k$  معلم ثابت موجب.

(1) بتطبيق القانون الثانى لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة  $G$  تكتب على الشكل

$$\frac{dv}{dt} + Av = B$$

محددا تعبير  $A$  بدلالة  $k, m$  و تعبير  $B$  بدلالة  $g, m, \rho, V$  مع  $V$  حجم الكرية.

(2) تحقق أن التعبير  $v(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-t/\tau})$  حل للمعادلة التفاضلية، حيث  $\tau = 1/A$  الزمن المميز للحركة.

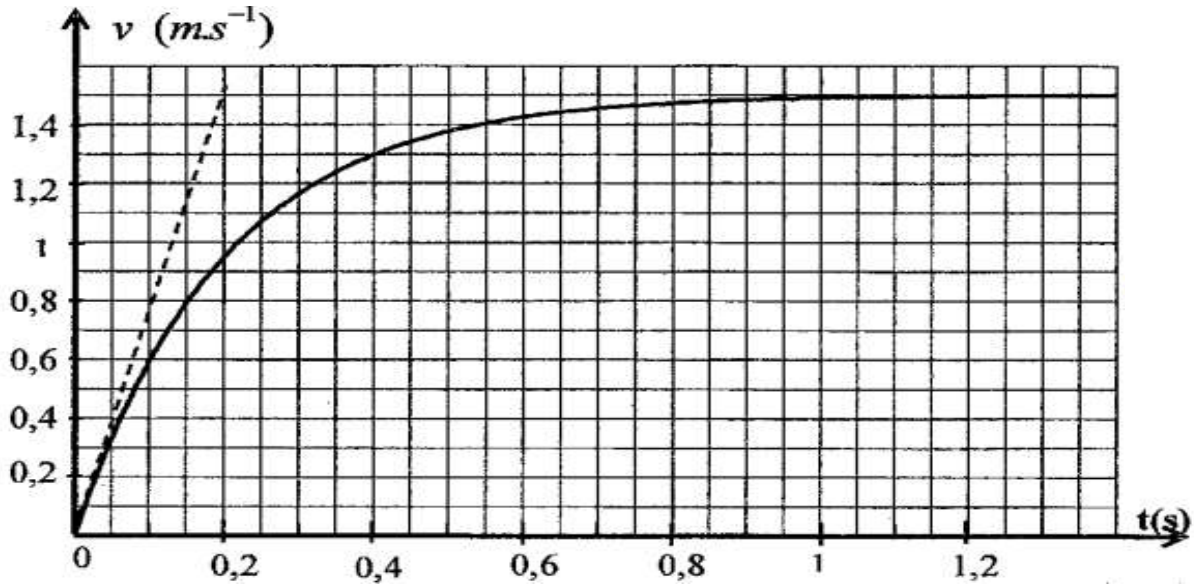
(3) أكتب تعبير السرعة الحدية  $v_{lim}$  لمركز قصور الكرية بدلالة  $A$  و  $B$ .

(4) نحصل بواسطة عدة معلوماتية ملائمة على منحنى جانبه الذى يمثل تغير السرعة  $v$  بدلالة الزمن؛ حدد مبيانيا قيمتي  $v_{lim}$  و  $\tau$ .

(5) أوجد قيمة المعلم  $k$ .

(6) يتغير المعلم  $k$  مع شعاع الكرية ومعلم اللزوجة  $\eta$  للسائل وفق العلاقة التالية:  $k=6\pi\eta r$ . حدد قيمة  $\eta$  للسائل المستعمل فى هذه التجربة.

(7) تكتب المعادلة التفاضلية لحركة  $G$  كالتالى  $\frac{dv}{dt} = 7,57 - 5 \cdot v$  باعتماد طريقة أولير ومعطيات الجدول أوجد قيمتي  $a_1$  و  $v_2$ .



| $t(s)$ | $v(m.s^{-1})$ | $a(m.s^{-2})$ |
|--------|---------------|---------------|
| 0      | 0             | 7,57          |
| 0,033  | 0,25          | $a_1$         |
| 0,066  | $v_2$         | 5,27          |



## التعريف 2

يهدف هذا التمرين إلى تحديد معالم الإحكاك  $K$  لرت كلة الموجية  $m = 910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  بدراسة حركة سقوط كرة في هذا الزيت. عند  $t = 0$ ، نطلق كرة كتلتها  $m = 1 \text{ g}$  وكتلتها الموجية  $\rho = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  دون سرعة ابتدائية من نقطة  $O$  مبدأ القواصل في السائل العنبر. أظفر الشكل مكتبة دراسة تجريبية خاصة أن الكرة تبلغ في زمن وجيز  $t_1$  السرعة الحدية:  $v_{lim} = 7,326 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ولدافعة أرخميدس  $\pi$ .

نخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة إحكاك شدتها  $f = kv$  ولدافعة أرخميدس  $\pi$ .

1- بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة  $v$  تكب:  $v = g(1 - \frac{\rho_1}{\rho}) - \frac{k}{m}v$

2- أوجد عبارة  $a_0$  التسارع الابتدائي للكرة ثم أحسب قيمته.

3- استنتج قيمة  $\tau$  الزمن المميز للحركة ثم أحسب قيمة  $t_1$

4- أوجد عبارة السرعة الحدية  $v_{lim}$  وعبارة الزمن المميز للحركة  $\tau$

5- استنتج قيمة المعامل  $k$  مع تحديد وحدته

6- أحسب سرعة و تسارع الكرة عند اللحظة  $t = \tau$

7- علما أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو  $v = v_1(1 - e^{-t/\tau})$  بين أن المسافة  $Z$  التي قطعها الكرة عند  $t = \tau$  تكب:  $Z = \frac{v_1 \tau}{e}$  أحسب هذه المسافة.

## التعريف 2

تسقط كرة من الخشب كتلتها  $m = 20 \text{ g}$  ونصف قطرها  $r = 2 \text{ cm}$  دون سرعة ابتدائية عند اللحظة  $t = 0$  في الهواء ذي الكثافة الموجية  $\rho_{air} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

1- بين أنه يمكن إسمال دافعة أرخميدس أمام قتل الكرة. نطفي:  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

2- نخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة إحكاك مع الهواء شدتها  $f = kv^2$  حيث  $k$  هو ثابت الإحكاك قيمة:  $k = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ SI}$ . ماذا تمثل الوحدة  $\text{SI}$ ؟ علل

3- بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة  $v$  تكب كالتالي:  $\frac{dv}{dt} + Av^2 = B$

4- عين قيمة كل من  $A$  و  $B$  مع تحديد وحدتهما

5- عبر عن السرعة الحدية  $v_1$ ، التسارع الابتدائي  $a_0$  والزمن المميز للحركة  $\tau$  بدلالة  $A$  و  $B$  استنتج قيمة كل منها.

6- أحسب  $\tau$  و تسارع الكرة عند اللحظة:  $t = \tau$  و  $t = 0,4s$ .

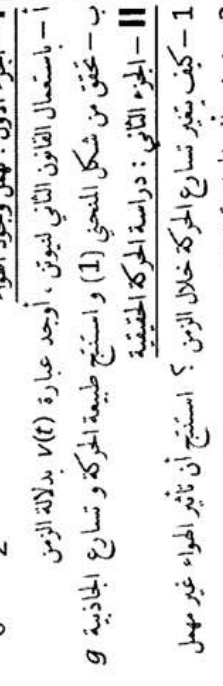
## التعريف 2

ندرس في هذا التمرين حركة كرة تنس (balle de tennis) كتلتها  $m = 58 \text{ g}$  وقطرها  $D = 6,7 \text{ cm}$  وحجمها  $V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3$ . في اللحظة  $t = 0$  نغور الكرة دون سرعة ابتدائية من نقطة  $O$  نغيرها مبدأ محور شاقولي (Oz) موجه نحو الأسفل. مكتبة دراسة تجريبية ملامحة من تمثيل تيارات السرعة  $v$  المركرة عظاملة الكرة  $G$  بدلالة الزمن (المنحنى 2) ويمثل المنحنى 1 تيارات سرعة  $G$  في حالة إسمال تأثير الهواء.

## المنحنى 1



## المنحنى 2



1- الجزء الأول: مهمل وجود الهواء

أ- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة  $V(t)$  بدلالة الزمن

ب- نتحقق من شكل المنحنى (1) واستنتج طبيعة الحركة و تسارع الجاذبية  $g$

2- الجزء الثاني: دراسة الحركة الحقيقية

1- كيف يتغير تسارع الحركة خلال الزمن؟ استنتج أن تأثير الهواء غير مهمل

2- نمنهج تأثير الهواء بعينين:

دافعة أرخميدس  $\pi$  شدتها ثابتة تساوي قتل الحجم  $V_0$  من الهواء

قوة الإحكاك  $f$  شدتها تتعلق بسرعة الكرة  $f = kv^2$

حيث: الكثافة الموجية للهواء  $\rho_{air} = 1,3 \text{ kg} / \text{m}^3$

أ- بين أن دافعة أرخميدس مهمل أمام قتل الكرة.

ب- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة الكرة تكب بالعلاقة:  $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\beta^2})$  حيث  $\beta$  ثابت يطلب تحديد عبارته.

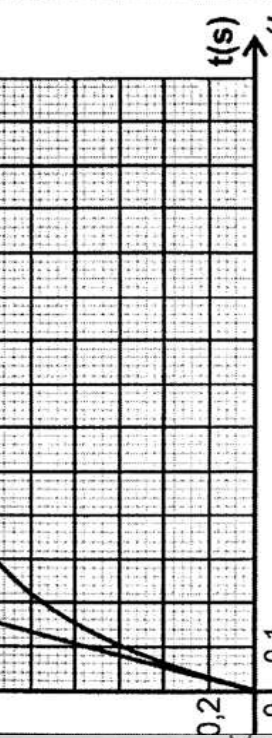
ج- حدد وحدة ثابت  $\beta$ . ماذا يمثل فيزيائيا  $\beta$ ؟ علل. عين قيمة من البيان.

د- باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة الثابت  $k$  واستنتج قيمة.

3- بين كيف تؤثر كثافة الأجسام الصلبة على طبيعة حركة السقوط في الهواء.

## التعريف 2

تسقط كرة كتلتها  $m = 4,1 \text{ g}$  ونصف قطرها  $r = 0,6 \text{ cm}$  بدون سرعة ابتدائية من النقطة  $O$  عند  $t = 0$  شاقوليا داخل أنبوب مملوء بسائل لزج كتلته الموجية  $\rho$ . مكتبة دراسة تجريبية باستعمال وسبط معلوماتي من الحصول على المنحنى  $v = f(t)$ :



باستعمال البيان:

1- ناقش تطور السرعة  $v$  مع تحديد أطوار الحركة وطبيعة الحركة في كل طور.

2- عين السرعة الحدية  $v_{lim}$  للكرة والزمن المميز للحركة  $\tau$

3- أوجد التسارع الابتدائي  $a_0$  و التسارع النهائي  $a_\infty$  للحركة. ماذا تستنتج؟

(II) نخضع الكرة أثناء سقوطها لدافعة أرخميدس  $\pi$  والى قوة إحكاك  $f$  شدتها

تطفي:  $f = kv$

1- عرف دافعة أرخميدس وأذكر خصائصها.

2- مثل القوى المؤثرة على الكرة خلال مراحل السقوط.

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكب على الشكل:

$\frac{dv}{dt} + Av = B$  حيث  $A$  و  $B$  ثابتان يطلب عبارتهما.

4- ماذا يمثل المقدار  $B$ ؟ استنتج قيمة دافعة أرخميدس.

5- عبر عن السرعة الحدية  $v_{lim}$  بدلالة  $A$  و  $B$

6- عين قيمة  $A$  ثم استنتج قيمة المعامل  $k$  مع تحديد وحدته.

7- باعتبارك على البيان والمعادلة التفاضلية أحسب تسارع الكرة في اللحظة:  $t = \tau$ ،  $t = 2\tau$ ،  $t = 3\tau$ ،  $t = 4\tau$  و مثل مخطط التسارع  $a = f(t)$