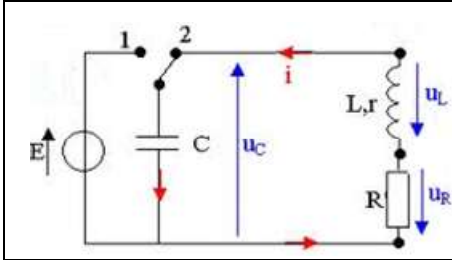


### 1- تفرغ مكثف في وشيعة



بعد شحن المكثف كلياً، نضع قاطع التيار K في الموضع (2) ، فنحصل على دائرة RLC متوالية ، يُفْرغ المكثف في الوشيعة . بعد انعدام التيار في الدارة فإن الوشيعة تفرغ في المكثف : بين الوشيعة و المكثف تحدث تبادلات طاقة عبر الموصل الاومي يؤدي تفرغ مكثف مشحون في وشيعة الدارة RLC المتوالية إلى ظهور تذبذبات حرة و مخمدة تذبذبات : التوتر يتأرجح بين قيمة موجبة و قيمة سالبة حرة : غياب مولد في الدارة يرغمها على التذبذب مخمدة : الوسع يتناقص مع الزمن بسبب ضياع الطاقة الكهربائية في الموصل الاومي

### 2- التذبذبات الحرة في دائرة RLC

#### 1- المعادلة التفاضلية

نعتبر الدارة التالية :

حسب قانون إضافية التوترات بين A و F نكتب :  $u_L(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0$  (1)

مع :  $u_R(t) = r \cdot i(t)$  و  $u_L(t) = r \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$  و  $i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$

إذن :  $u_R(t) = r' \cdot C \frac{di}{dt}$  و  $u_L(t) = r \cdot C \frac{du_C}{dt} + L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2}$  نعوض في المعادلة (1) :

$$L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2} + (r + r') C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

فتصبح المعادلة :  $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} u_C = 0$  المعادلة التفاضلية لدائرة RLC متوالية التي يحققها التوتر  $u_C(t)$  بين مربطي المكثف .

" يعبر المقدار  $\frac{R}{L} \frac{du_C}{dt}$  عن ظاهرة خمود التذبذبات ، و يحدد حسب قيم R ، نظام هذه التذبذبات "

#### 2- أنظمة التذبذبات الحرة

R كبيرة جدا	R حرجة	R صغيرة جدا	R=0
نظام لا دوري	نظام حرج	نظام شبه دوري	نظام دوري (مثالي)
R كبيرة جدا ؛ تزول التذبذبات نظرا لوجود خمود مهم	في التذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة R ، نرمز لها ب $R_C$ ، مقاومة حرجة و هي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري و النظام لا دوري و يسمى النظام في هذه الحالة حرجا. في هذه الحالة يعود التوتر $u_C(t)$ إلى الصفر بسرعة و دون تذبذب . تتعلق ب $R_C$ و L و C . $R_C = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$	R صغيرة ، نحصل على تذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن	R منعدمة ، نحصل على تذبذبات وسعها يبقى ثابتا مع الزمن تسمى هذه الدارة بالمثالية: الدارة بالمثالية LC لاستحالة تحقيقها تجريبيا ، لكون أن الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية
حسب R المقاومة الاجمالية للدائرة يمكن الحصول			

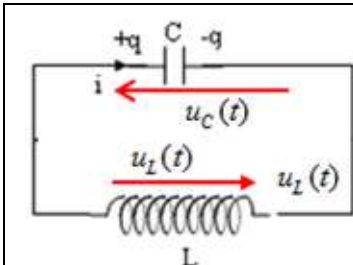
### 3- التذبذبات غير المخمدة في دائرة مثالية LC :

#### 1-3 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون إضافية التوترات ، نكتب :  $u_C(t) + u_L(t) = 0$  .

مع  $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$  و  $i = C \frac{du_C}{dt}$  أي :  $u_L(t) = L \cdot C \frac{d^2u_C}{dt^2}$

$$LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$



أي :  $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$  المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C(t)$  خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC

### 3-2: حل المعادلة التفاضلية

هذه المعادلة التفاضلية ، معادلة خطية من الدرجة الثانية ، حلها جيبى على شكل :  $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$  حيث

\*  $U_m$  : وسع الذبذبات ب (V).

\*  $\varphi$  : الطور عند أصل التواريخ ( $t=0$ ) ب (rad) .

\*  $T_0$  : الدور الخاص للذبذبات ب (s) .

ملحوظة : نضع  $\frac{2\pi}{T_0} = \omega_0$  . نسمي  $\omega_0$  النبض الخاص للذبذبات ب (rad/s) . نكتب :  $u_C(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

تعبير الدور الخاص :	تحديد $U_m$ و $\varphi$ :
$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ، أي أن : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C$ $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot u_C + \frac{1}{LC} u_C(t) = 0$ و بالتالي : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$ ومنه : $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$	تحدد قيم $U_m$ و $\varphi$ ، بالشروط البدئية مثال 1 : * المكثف مشحونا كلياً و بالتالي : $U_m = E$ . * عند ( $t=0$ ) لدينا : $u_C(t=0) = E$ $u_C(0) = U_m \cos \varphi = E$ أي أن : $\cos \varphi = \frac{E}{U_m} > 0$ إذن $\varphi = 0$ في حالة حصولنا على قيمتين مختلفتين لـ $\varphi$ يتم اختيار القيمة المناسبة بناءً على إشارة $i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} C U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ في اللحظة $t=0$ باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيفما كانت $t$ .

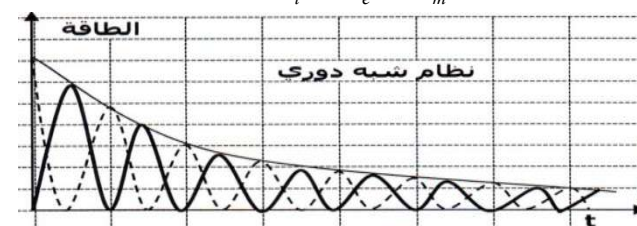
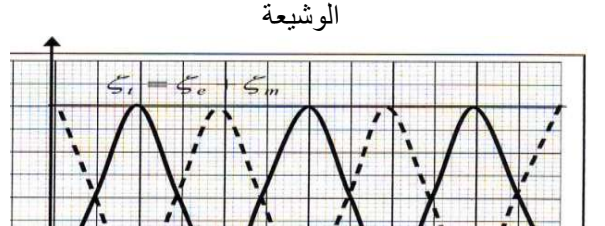
$$u_C(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

تعبير شدة التيار $i(t)$	تعبير الشحنة $q(t)$
$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} C U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ بمان $q_m = C U_m$ فان $\frac{2\pi}{T_0} q_m = I_m$	$q(t) = C u_C(t) = C U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ مع $C U_m = q_m$

ملحوظة من خلال معادلة الأبعاد نتحقق ان وحدة  $T_0$  هي الثانية.  $[T_0] = ([L] \cdot [C])^{1/2}$  مع  $[L] = \frac{[U]}{[I]}$  و  $[C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]}$

أي :  $[T_0] = ([t] \cdot [t])^{1/2} = [t]$  و هكذا  $T_0$  لها بعد زمني وحدته هي الثانية .

### 4- انتقال الطاقة بين المكثف و الوشيجة

الطاقة في الدارة RLC المتوالية	الطاقة في الدارة LC المثالية
خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة $R \neq 0$ ، نعاين بواسطة جهاز ملائم ، منحنيات تغيرات الطاقة $E_m$ و $E_e$ و $E_t$ بدلالة الزمن 	الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف و الطاقة المغناطيسية في الوشيجة 
المخزونة في الدارة هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف و الطاقة المغناطيسية في الوشيجة لنبين ان الطاقة غير ثابتة في هذه الدارة $E_t = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$ ، $E_t = E_e + E_m$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$	لنبين ان الطاقة ثابتة في هذه الدارة $E_t = E_e + E_m$ ، $E_t = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$ $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 2 \cdot U_C(t) \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$

$$i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \text{ مع}$$

$$\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} \text{ اذن:}$$

$$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

بما ان  $L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (r+r')C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

$$L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = R \cdot C \frac{du_C}{dt} = -R \cdot i(t)$$

$$\frac{dE}{dt} = (R \cdot i(t)) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = -R \cdot i^2(t)$$

فان  $\frac{dE}{dt} \neq 0$  اي الطاقة الاجمالية غير ثابتة

$$i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \text{ مع}$$

$$\frac{dE}{dt} = C \cdot U_C(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot i(t) \cdot \frac{dU_C}{dt} \text{ اذن:}$$

$$\frac{dE}{dt} = U_C(t) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = (U_C(t) + L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2}) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

اي الطاقة الاجمالية  $\frac{dE}{dt} = 0$  فان  $L \cdot C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$

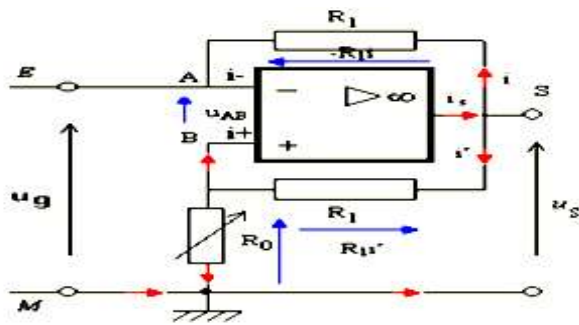
ثابتة

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن و تساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف.

- خلال التذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغناطيسية في الوشعة والعكس صحيح.

## 5- صيانة التذبذبات

### 5-1: مولد الصيانة



$$U_{AM} = U_{AS} + U_{SB} + U_{BM}$$

$$U_{AM} = -R_1 \cdot i + R_1 \cdot i' + R_0 \cdot i'$$

$$(1) U_{AM} = R_1 (i' - i) + R_0 \cdot i'$$

$$U_{AM} = U_{AB} + U_{BM}$$

$$(2) U_{AM} = 0 + R_0 \cdot i'$$

من المعادلتين (1) و (2) نجد :  $R_1 (i' - i) = 0$  ، أي أن :  $i = i'$

وهكذا : التوتر بين مربطي المولد G يتناسب إطرادا مع شدة التيار .  $u_G = R_0 \cdot i$

### 5-2: دراسة المتذبذب

في كل لحظة يمكن كتابة :  $u_{AM} = u_{AD} + u_{DM}$

$$L \frac{di}{dt} + (R_B - R_0) i + u_C = 0 \text{ أي أن : } R_0 i = R_B i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\text{مع : } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ أي :}$$

$$\text{المعادلة التفاضلية للمتذبذب. } \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{(R_B - R_0)}{LC} C \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات مصانة يجب أن يكون  $R_B - R_0 = 0$  أي  $R_B = R_0$

وبالتالي :  $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$  وهي المعادلة التفاضلية المميزة للمتذبذب (L, C) ذي مقاومة مهملة.

لصيانة التذبذبات يجب تزويد الدارة بطاقة كهربائية تعوض الطاقة المبددة بمفعول جول في المقاومة R . نستعمل ثنائي قطب يتصرف كمقاومة سالبة

### 5-3: معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L, C) يوجد بها المولد G .

تجربة: في التركيب التجريبي السابق ، نعاين التوتر  $u_C$  بين مربطي المكثف على شاشة راسم التذبذب ، فنلاحظ :

