

# التذبذبات الحرة في دائرة $RLC$ متوالية

## *Les oscillations libres dans un circuit $RLC$ série*

\* تتكون دائرة  $RLC$  متوالية من مكثف سعته  $C$  و شبيعة معامل تحريضها  $L$  و مقاومتها  $r$  و موصل أومي مقاومتها  $r'$  حيث  $R = r + r'$ .

\* يؤدي تفريغ مكثف مشحون بدنيا ( $u_C(0) = E$ ) ، في وشبيعة دائرة  $RLC$  متوالية ، إلى ظهور تذبذبات حرة ( لعدم تزويد الدارة بالطاقة) و مخمدة ( يتناقص وسع التوتر  $u_C(t)$  مع الزمن ) ، وفق نظام معين حسب قيمة  $R$  :

نظام دوري ( $R = 0$ ) - نظام شبه دوري ( $R$  صغيرة) - نظام حرج ( $R \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$ ) - نظام لا دوري ( كبيرة جدا)

\* شبه الدور  $T$  المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر  $u_C(t)$  .  
لا يتعلق شبه الدور  $T$  بالمقاومة  $R$  ، ولكن يتعلق بمعامل التحريض  $L$  و سعة المكثف  $C$  .

\* التذبذبات الحرة لدائرة مثالية  $LC$  :  $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$  مع الدور الخاص  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  .

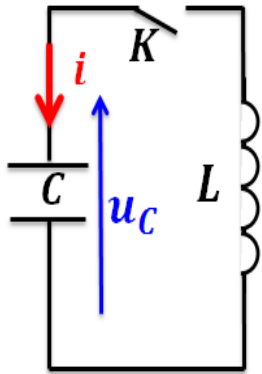
حليها  $u_C(t) = E \cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$  و  $q(t) = C.E \cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$  و  $i(t) = \frac{2\pi}{T_0}.C.E \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2})$  .  
خلال التذبذبات غير المخمدة ، تتحفظ الطاقة الكلية للدائرة حيث تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة

مغناطيسية في الوشبيعة و العكس .  $E_t = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$  .

\* التذبذبات الحرة لدائرة  $RLC$  :  $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$  يعبر المقدار  $\frac{R}{L} \frac{du_C}{dt}$  عن ظاهرة خمود التذبذبات تتناقص الطاقة الكلية  $E$  مع مرور الزمن نتيجة تبدد جزء منها بمفعول جول عند كل تبادل طاقي بين المكثف و الوشبيعة

و لصيانة التذبذبات نضيف للدائرة جهاز يعوض الطاقة المبددة بمفعول جول فنحصل على تذبذبات جيبيية ودورها يساوي الدور الخاص  $T_0$  . حيث  $u_g = R_0.i$  مع  $R_0 = R$  و  $\frac{dE_t}{dt} = -Ri^2$  و  $E_t = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$  .

جول فنحصل على تذبذبات جيبيية ودورها يساوي الدور الخاص  $T_0$  . حيث  $u_g = R_0.i$  مع  $R_0 = R$



### تمرين 2 :

تم شحن المكثف تحت التوتر  $E = 6V$  ثم ادمج في التركيب جانبه .

نغلق قاطع التيار عند اللحظة  $t = 0$  .

1- بتطبيق قانون إضافية التوترات ،

أوجد العلاقة بين  $u_C$  و  $u_L$  .

2- عبر عن  $u_L$  بدلالة شدة التيار  $i$  .

3- عبر عن  $i$  بدلالة سعة المكثف  $C$  والتوتر  $u_C$  .

4- أثبت المعادلة التفاضلية للدائرة التي يحققها  $u_C$  .

5- حل المعادلة يكتب على الشكل التالي :

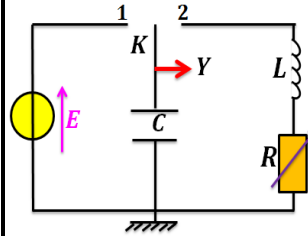
$$u_C(t) = a \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + b)$$

5-1- حدد تعبير النبض الخاص  $\omega_0$  ثم احسب قيمته .

5-2- حدد قيم  $a$  و  $b$  .

5-3- اكتب تعبير  $u_C(t)$  .

نعطي :  $C = 2200 \mu F$  و  $L = 1 H$



### تمرين 1 :

نعتبر التركيب جانبه حيث  $Y$  مرتبط براسم تذبذب ذاكراتي.

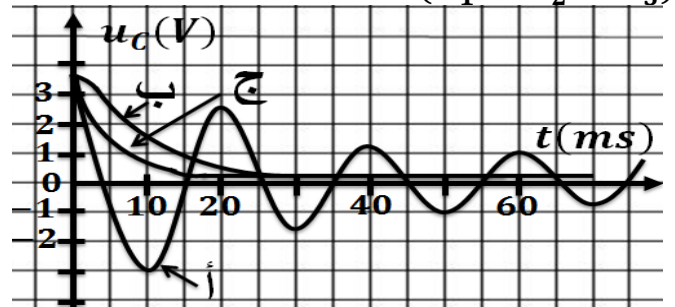
1- لماذا ، عند غلق الدارة ،

يجعل  $K$  في الموضع 1

لمدة كافية ؟ حدد قيمة  $u_C \max$  .

2- يمثل الشكل أسفله ثلاث منحنيات حسب قيم  $R$  مع

$(R_1 < R_2 < R_3)$  .



2-1- اقرن بكل منحنى المقاومة الموافقة له .

2-2- اعط اسم كل نظام بالنسبة لكل منحنى .

2-3- ارسم الشكل التقريبي للمنحنى في حالة  $R = 0$  .

## التذبذبات الحرة في وارة $RLC$ متوالية *Les oscillations libres dans un circuit $RLC$ série*

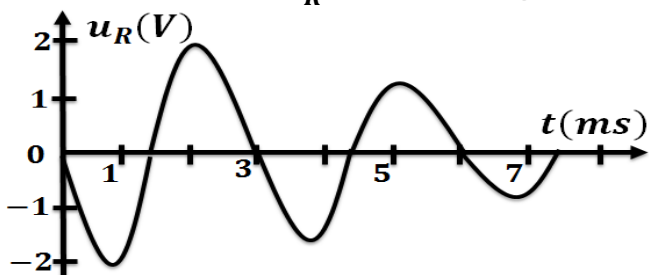
الجزء الثالث : الكهرباء

الوحدة 3

ذ. هشام محجر

### تمرين 5 :

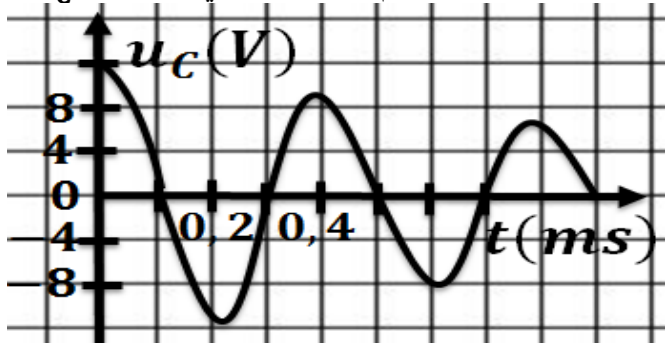
نقوم بشحن مكثف  $C$  تحت توتر  $E = 12V$  ثم نفرغه في موصل أومي مقاومته  $R = 30\Omega$  ومن وشيعة معامل تحريضها  $L$  ومقاومتها  $r$ .  
 يمثل المنحنى أسفله تغيرات  $u_R$  بدلالة الزمن.



- 1- حدد مبيانيا قيمة شبه الدور  $T$ .
- 2- أوجد العلاقة بين  $u_R$  و  $i$ . لماذا  $u_R$  سالب في بداية التفريغ؟
- 3- حدد  $i(0)$ . استنتج قيمة  $u_L(0)$ .
- 4- عبر عن  $u_L$  بدلالة  $L$  و  $r$  و  $i$  و  $\frac{di}{dt}$ .
- 5- حدد مبيانيا  $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}$  ثم استنتج قيمة  $L$ .
- 6- أوجد قيمة سعة المكثف  $C$ .

### تمرين 6 :

نشحن مكثفا سعته  $C = 1\mu F$  تحت توتر  $E = 12V$  وندرس تفريغه في وشيعة معامل تحريضها  $L$  ومقاومتها  $r$ . نسجل بواسطة راسم تذبذب ذاكراتي تغيرات  $u_C$ .



- 1- حدد طبيعة النظام التذبذبي.
- 2- ما الذي يحدث نظريا في حالة  $r = 0$ ؟
- 3- نعتبر  $T \approx T_0$ . عين قيمة  $T$  ثم استنتج قيمة  $L$ .
- 4- حدد النسبة المئوية للطاقة المبددة في الدارة خلال دور.

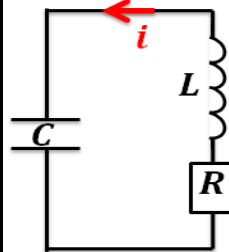
### تمرين 3 :

نصل مربطي مكثف  $AB$  سعته  $C$  مشحون بدنيا تحت التوتر  $E = 6V$  بمربطي وشيعة معامل تحريضها  $L$  ومقاومتها مهملة. يمكننا راسم التذبذب الذاكراتي من تسجيل  $u_C$  ومعاينة التذبذبات الكهربائية المحصلة.  
 1- ارسم تبيانية التركيب التجريبي محددًا كيفية ربط راسم التذبذب وممثلا سهم التوتر  $u_C$  و  $u_L$  مع توجيه الدارة.

2- أوجد المعادلة التفاضلية  $u_C$ .  
 3-1- تحقق أن  $u_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$   
 حل للمعادلة التفاضلية.

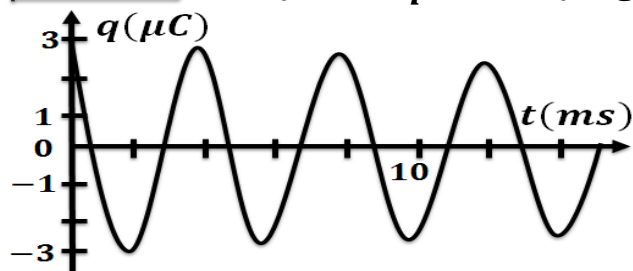
- 2-3- حدد تعبير  $T_0$  واحسب قيمته.
- 3-3- حدد مدلول  $U_m$  و  $\varphi$  واحسب قيمتهما.  
 نعطي :  $L = 50\text{ mH}$  و  $C = 5\mu F$ .

### تمرين 4 :



يمثل التركيب جانبه دارة  $RLC$  متوالية.

انطلاقا من تسجيل  $u_C$  نحصل على تغيرات الشحنة  $q$  بدلالة الزمن.



- 1- حدد العلاقة بين  $q$  و  $u_C$ .
- 2- حدد مبيانيا قيمة شبه الدور  $T$ .
- 3-1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها  $q$  في حالة  $R = 0$ .

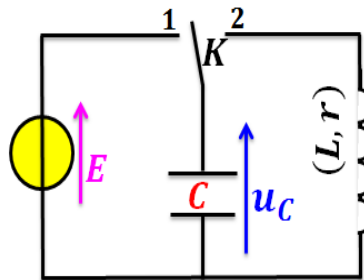
3-2- تحقق أن  $q(t) = Q_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$  مع

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

- 3-3- احسب قيمة  $T_0$  وقارنها مع شبه الدور.  
 نعطي :  $L = 400\text{ mH}$  و  $C = 1\mu F$ .
- 4- ما الفرق الذي يبرزه حل المعادلة التفاضلية مع المنحنى  $q = f(t)$ ؟ إلى ماذا يعزى هذا الفرق؟

# التذبذبات الحرة في وارة $RLC$ متوالية Les oscillations libres dans un circuit $RLC$ série

## تمرين 7 :



1- نربط مكثفا سعته  
 $C = 1 \mu F$  يحمل  
 شحنة قصوى  
 $q_m = 20 \mu C$  بوشية  
 معامل تحريضها  
 $L = 0,5 H$   
 ومقاومتها  $r = 10 \Omega$

. نلاحظ أن الدارة تكون مقر تذبذبات كهربائية مخمدة .

1-1- احسب قيمة  $E$  .

1-2- إلى ماذا يعزى خمود التذبذبات ؟ علل جوابك .

2- لصيانة التذبذبات ننجز التركيب جانبه والذي يضم ،

بالإضافة إلى المكثف والوشية

السابقين ، مولد يزود الدارة بتوتر

$u_G$  يتناسب أطرادا مع  $i$  حيث

$$u_G = R_0 \cdot i$$

1-2- أثبت المعادلة التفاضلية التي

تحققها  $q$  واستنتج القيمة النظرية

لـ  $R_0$  التي تمكن من الحصول

على تذبذبات جيبية .

2-2- أوجد ، في حالة صيانة التذبذبات ، تعبير تغيرات  $q$

شحنة المكثف بدلالة الزمن . نعتبر حسب الاصطلاح

المبين في الشكل أن  $q(0) = q_m$  .

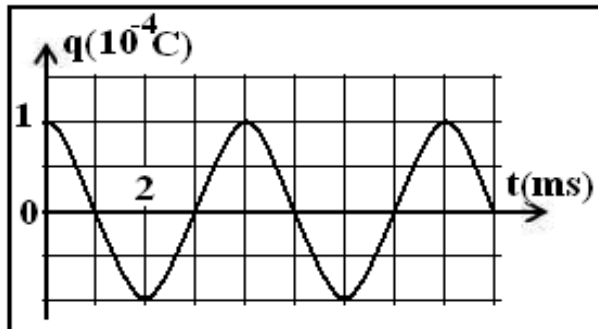
## تمرين 8 :

نعتبر دارة مكونة من وشية معامل تحريضها الذاتي  $L$

ومقاومتها مهملة ، مركبة مع مكثف سعته  $C$  تم شحنه

مسبقا بتوتر  $E = 250V$  .

الشكل المقابل تغيرات شحنة المكثف  $q(t)$  بدلالة الزمن .



1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q(t)$  ثم

استنتج تعبير الدور الخاص  $T_0$  .

2- أوجد مبيانيا قيمة  $T_0$  والشحنة القصوى  $Q_m$  للمكثف ،

ثم استنتج قيمة كل من  $C$  و  $L$

3- اكتب تعبير الشحنة  $q(t)$  ثم استنتج تعبير  $u_C(t)$  و

$i(t)$

## تمرين 9 :

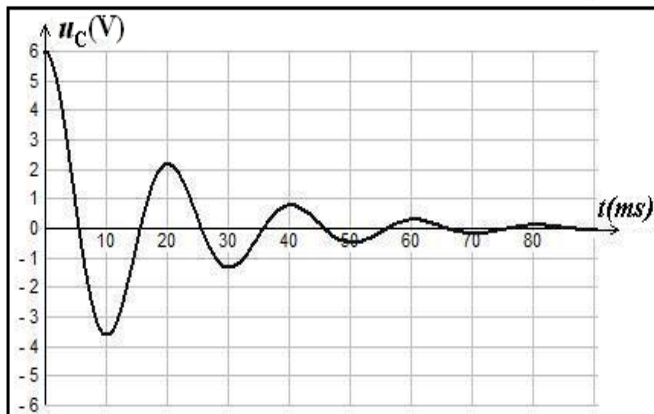
نشحن مكثفا سعته  $C = 10 \mu F$  كليا بواسطة مولد قوته

الكهرمحركة  $E = 6V$  ونفرغه في وشية  $(b)$  معامل

تحريضها  $L$  ومقاومتها  $r$  ، وعائنا على شاشة راسم

التذبذب المنحنى أسفله والممثل لتغيرات التوتر  $u_C$  بين

مربطي المكثف بدلالة الزمن .



1- ارسم تبيانية التركيب التجريبي المستعمل .

2- علل خمود التذبذبات .

3- عين مبيانيا قيمة شبه الدور  $T$  ، واستنتج قيمة معامل

التحريض  $L$  للوشية باعتبار شبه الدور يساوي الدور

الخاص . (نأخذ  $\pi^2 = 10$ )

4- ما نوع الطاقة المخزونة في الدارة عند اللحظة

$t = 25ms$  ؟ علل جوابك .

5- نركب الوشية  $(b)$  والمكثف السابق على التوالي مع

مولد يزود الدارة بتوتر يتناسب أطرادا مع شدة التيار المار

فيه  $(u = ki)$  . تكون التذبذبات مصانة عندما تأخذ  $k$

القيمة  $k = 50(SI)$  . أوجد  $r$  مقاومة الوشية .