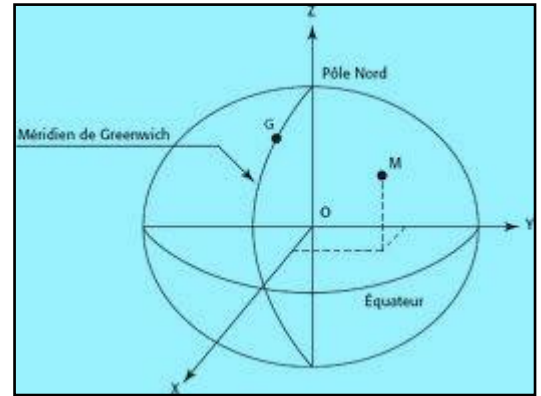
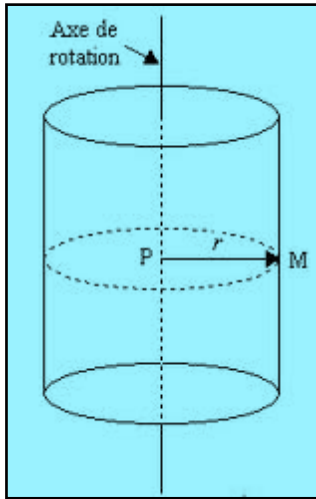
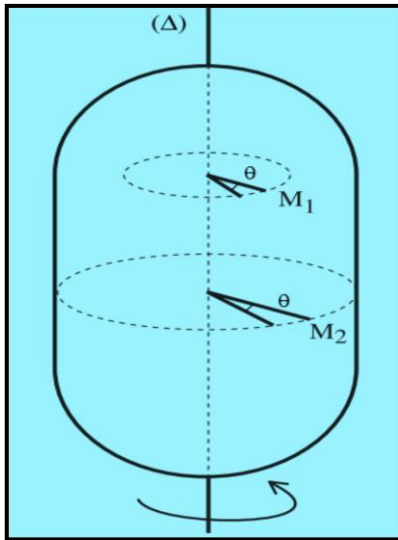


## حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت



يكون جسم صلب ( غير قابل للتشويه ) في دوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور . كما أن لها في كل لحظة ، نفس السرعة الزاوية  $\omega$  باستثناء النقط المنتمية للمحور  $(\Delta)$  .



**1 - مميزات حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت .**  
يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور . وينتمي مسارها إلى المستوى المتعامد مع محور الدوران .

### 1) الأفصول الزاوي :

الأفصول الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  هو الزاوية الموجهة  $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$  . وحدة  $\theta$  في النظام العالمي للوحدات هي الراديان رمزها rad .

### 2) الأفصول المنحني :

$$s(t) = M_0M$$

وحدته هي المتر (m) . نعتبر  $M_0$  أصل الأفصول المنحنية . يرتبط الأفصول الزاوي  $\theta$  و الأفصول المنحني  $s$  بالعلاقة :

$$s(t) = r \cdot \theta(t)$$

حيث  $s$  بوحدة المتر (m) ،  $r$  شعاع المسار الدائري ب (m) و  $\theta$  بوحدة (rad) .

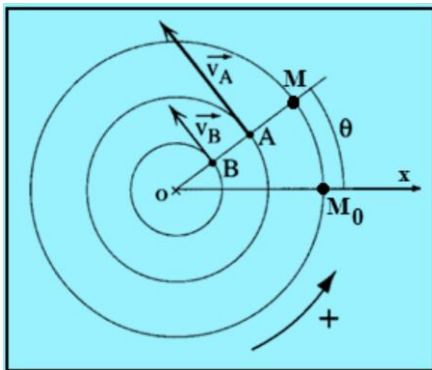
\*ملحوظة :  $s$  و  $\theta$  مقداران جبريان .

### 3) السرعة الزاوية اللحظية :

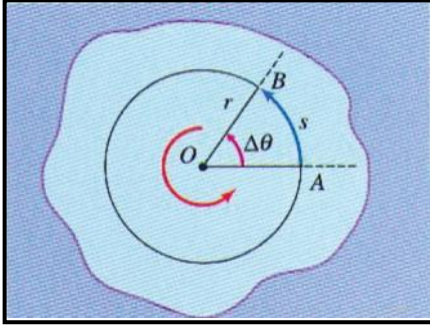
السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي المشتقة بالنسبة للزمن

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

وحدة  $\omega$  في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية رمزها  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  .



\*ملحوظة : جميع نقط جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت تدور بنفس السرعة الزاوية  $\omega$  .



#### 4 ( السرعة الخطية :

تعرف السرعة الخطية  $v(t)$  في لحظة  $t$  لنقطة في حركة

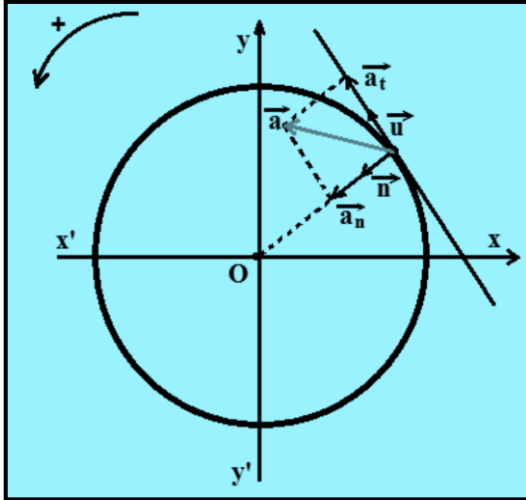
$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} \quad \text{بالعلاقة } O$$

ونعلم أن  $s(t) = r.\theta(t)$  إذن :  $v(t) = r.\dot{\theta}(t) = r.\omega(t)$

\***ملحوظة :** أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت تكون لجميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية  $\omega$  بينما تختلف سرعاتها الخطية .

#### 5 ( التسارع الزاوي :

التسارع الزاوي لنقطة متحركة  $M$  من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت هي ، في كل لحظة ، المشتقة بالنسبة للزمن



$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{للسرعة الزاوية لهذه النقطة :}$$

وحدة  $\ddot{\theta}$  في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على مربع الثانية رمزها  $\text{rad.s}^{-2}$  .

في أساس فريني يكتب التسارع الخطي

$$\vec{a} = a_t \vec{u} + a_n \vec{n} \quad \text{كالتالي :}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r.\ddot{\theta} \quad \text{بحيث :}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r.\dot{\theta}^2 \quad \text{و}$$

#### II - العلاقة الأساسية لديناميك (للتحرك) :

##### 1 ( نص العلاقة :

في معلم مرتبط بالأرض ، و بالنسبة لمحور ثابت  $(\Delta)$  ، يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  في كل لحظة ، جداء عزم القصور  $J_\Delta$  و التسارع الزاوي  $\ddot{\theta}$  لحركة الجسم في اللحظة المعنية :

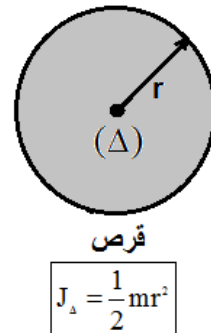
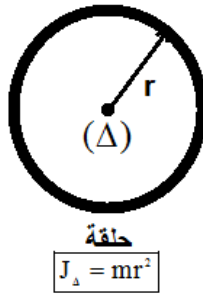
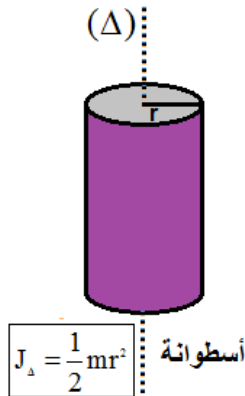
$$\sum M_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

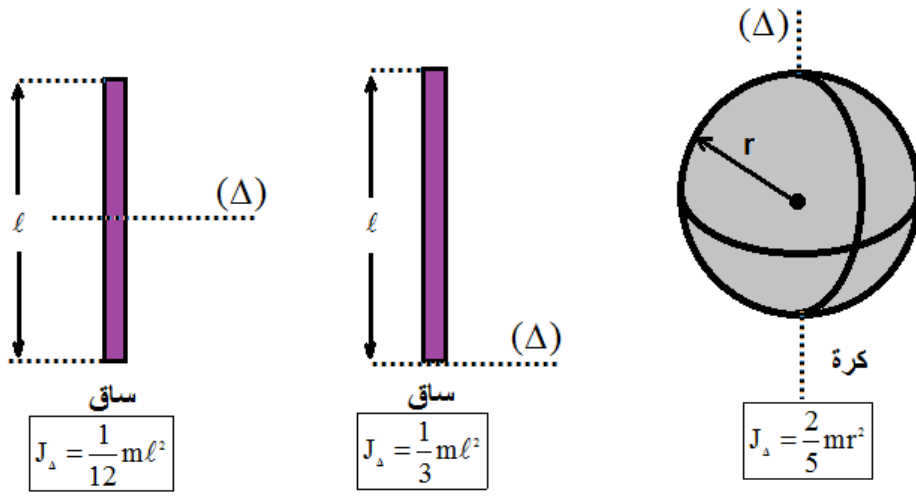
.  $\sum M_\Delta(\vec{F}_i)$  مجموع العزوم بالنسبة للمحور  $(\Delta)$  للقوى المطبقة على الجسم بوحدة (N.m) .

.  $J_\Delta$  عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور  $(\Delta)$  بوحدة  $(\text{kg.m}^2)$  .

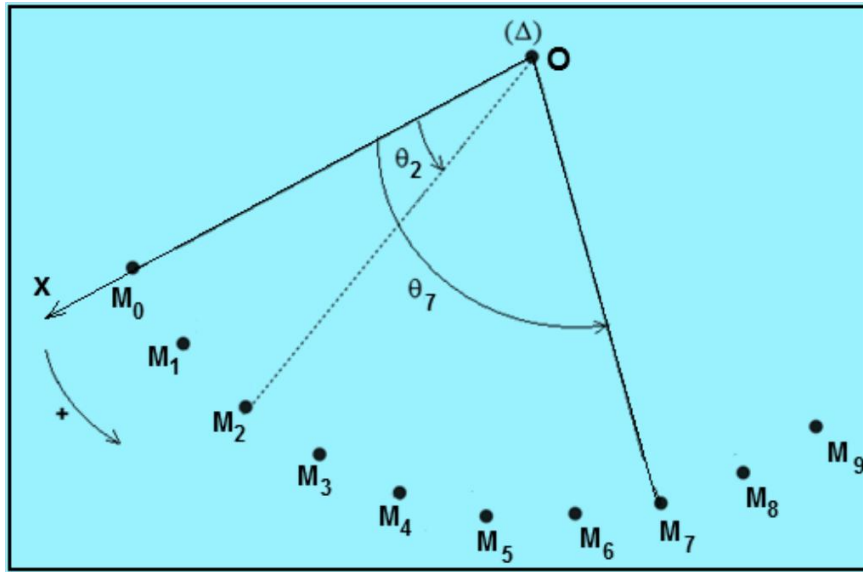
.  $\ddot{\theta}$  التسارع الزاوي لحركة الجسم بوحدة  $(\text{rad.s}^{-2})$  .

2 ( صيغ عزوم القصور لأجسام متجانسة ذات أشكال بسيطة :





3 - كيفية تحديد السرعة الزاوية و التسارع الزاوي انطلاقا من تسجيل :



نعتبر تسجيل حركة نقطة  $M$  من جسم يدور حول محور ثابت  $(\Delta)$  . نختار المحور  $(Ox)$  محورا مرجعا للأفاصيل الزاوية  $\theta_i$  و منحى دوران الجسم منحى موجبا ، ولحظة تسجيل النقطة  $M_0$  أصلا للتواريخ  $(t=0)$  .  
نعين بالنسبة لكل موضع  $M_i$  المسجل عند اللحظة  $t_i$  :

$$\omega_i = \dot{\theta}_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{: السرعة الزاوية}$$

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{: التسارع الزاوي}$$