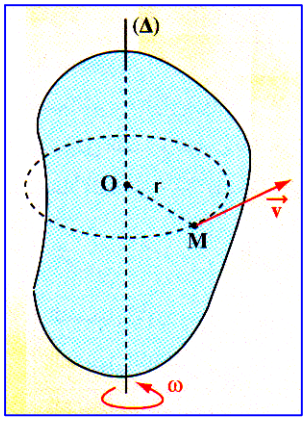
13 حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت

I. حركية نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت



تعريف

خلال حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت (Δ) مسار نقطة M دائري ينتمي لمستوى متعامد مع (Δ) و ممركز فيه.

- **المعلمة**

نمعلم حركة نقطة M من الجسم بأفصولها المنحني s أو أفصولها الزاوي θ و العلاقة بينهما هي : $s = r\,\theta$

- **السرعة و التسارع**

السرعة الزاوية	$\omega = \dot{\theta} = \dfrac{d\theta}{dt}$
التسارع الزاوي	$\ddot{\theta} = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية	$v = r\omega$
التسارع	$\vec{a}\begin{cases} a_T = r\ddot{\theta} \\ a_N = r\omega^2 \end{cases}$

خاصية

في لحظة t لجميع نقط جسم صلب في دوران حول محور ثابت نفس السرعة الزاوية و نفس التسارع الزاوي لكن سرعاتها الخطية مختلفة .

- **المعادلات الزمنية**

	التسارع الزاوي	السرعة الزاوية	المعادلة الزمنية	التسارع
دوران منتظم	$\ddot{\theta} = 0$	$\omega = Cte = \omega_0$	$\theta = \omega_0 t + \theta_0$	$\begin{cases} a_T = 0 \\ a_N = r\omega_0^2 \end{cases}$
دوران متغير بانتظام	$\ddot{\theta} = Cte \neq 0$	$\omega = \ddot{\theta} t + \omega_0$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta} t^2 + \omega_0 t + \theta_0$	$\begin{cases} a_T = r\ddot{\theta} \\ a_N = r\omega^2 \end{cases}$

☜ ملحوظة: في حالة الدوران المتغير بانتظام يمكن استنتاج علاقة مستقلة عن الزمن بإقصاء t من المعادلتين الزمنيتين $\omega(t)$ و $\theta(t)$: $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\,\ddot{\theta}(\theta_2 - \theta_1)$

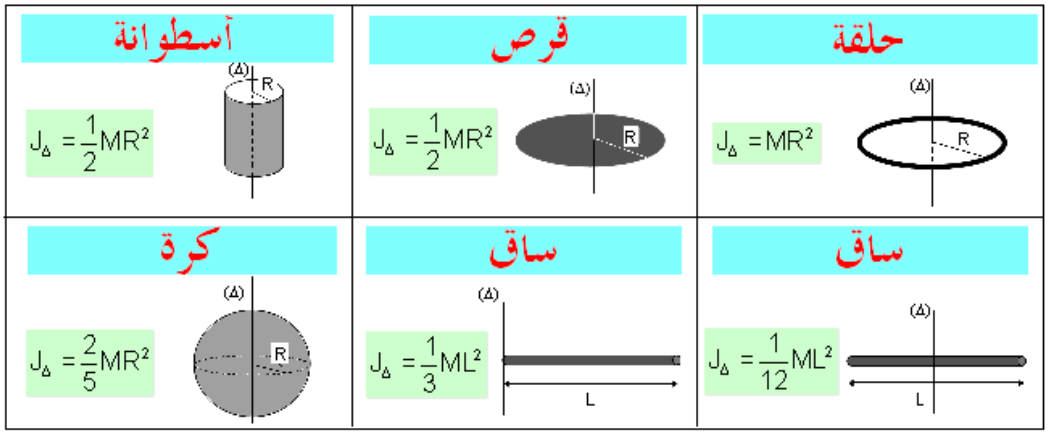
II. عزم القصور لجسم صلب

تعريف

مقدار يميز مدى مقاومة الجسم لحركة الدوران ويتعلق بكتلته و بشكله الهندسي أي كيفية توزع المادة حول محور الدوران، و يعرف بالعلاقة العامة التالية: $J_\Delta = \Sigma m_i r_i^2$

وحدته في النظام العالمي للوحدات هي: $kg \cdot m^2$

أمثلة: عزم القصور لبعض الأجسام ذات أشكال هندسية بسيطة



III. العلاقة الأساسية لديناميك الدوران (مبرهنة التسارع الزاوي)

في معلم غاليلي يساوي المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) جذاء عزم القصور J_Δ و التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للجسم:

$$\boxed{\Sigma M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta \ddot{\theta}}$$

☜ حالات خاصة:

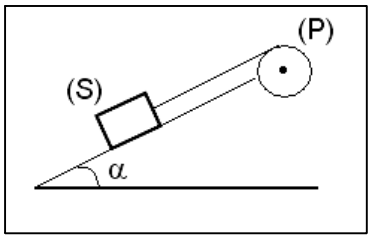
- ✓ إذا كان مجموع عزوم القوى منعدما فإن الدوران منتظم،
- ✓ إذا كان مجموع عزوم القوى غير منعدم و ثابت فإن الدوران متغير بانتظام.

$\Sigma M_\Delta > 0$ حركة الدوران متسارعة بانتظام $\ddot{\theta} > 0$	$\Sigma M_\Delta = 0$ حركة الدوران منتظمة $\ddot{\theta} = 0$	$\Sigma M_\Delta < 0$ حركة الدوران متباطئة بانتظام $\ddot{\theta} < 0$

تمرين

لتحديد عزم القصور لبكرة (P) متجانسة شعاعها r = 15 cm قابلة للدوران حول محورها (Δ) تنجز التجربة التالية.
حول(P) يلف خيط كتلته مهملة و غير قابل للامتداد و يربط في طرفه جسم صلب (S)كتلته m = 0,30 kg .
يوضع الجسم (S) على سطح مائل عن المستوى الأفقي بالزاوية α = 28° ثم تحرر المجموعة بدون سرعة بدئية في اللحظة t = 0 .يمكن تركيب مناسب من قياس المدة Δt التي تستغرقها البكرة لإنجاز عدد n من الدورات.
يعطي الجدول التالي النتائج المحصل عليها.

n	1	2	3	4
Δt(s)	0,699	0,989	1,211	1,398



خلال الدوران لا ينزلق الخيط على محيط الأسطوانة.
تهمل الاحتكاكات و تؤخذ $g = 10\ N.kg^{-1}$.

-1 باستغلال هذه النتائج بين أن حركة البكرة متغيرة بانتظام.
-2 أحسب قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لحركة البكرة.
-3 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) و العلاقة الأساسية لديناميك الدوران على البكرة(P) أوجد تعبير عزم القصور J_Δ للبكرة (P) بدلالة m و g و r و α و $\ddot{\theta}$ و أحسب قيمتها.