تمرين 1 دور حركة إلكترون في مجال مغنطيسي منتظم

تدخل حزمة من الإلكترونات، بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ ، فضاء فارغا، حيث يوجد مجال مغنطيسي منتظم شدته $B = 6,02.10^{-3}T$

علما أن متجهة السرعة $\vec{v}_0$ عمودية على متجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$ ؛

1 - عبر عن شدة القوة المغنطيسية المطبقة على إلكترون بدلالة B و e و v.

2 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

2.1 - عين الإحداثيين a_N و a_T لمتجهة التسارع للإلكترون في معلم فريني.

2.2 - استنتج طبيعة الحركة.

3 - احسب دور حركة الإلكترون.

نعطي : $v_0 = 6.10^7 m.s^{-1}$, $e = 1,6.10^{-19}C$, $m(e^-) = 9,1.10^{-31}kg$

حل

1 - تعبير شدة القوة المغنطيسية

لدينا : $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$ ومنه : $F = |q|v.B.|\sin(q.\vec{v}, \vec{B})|$

بما أن $\vec{v}$ عمودية على $\vec{B}$ فإن : $(q.\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه : $F = e.v.B$ لأن $|q| = e$

2.1/2 - حسب القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F} = m.\vec{a}$

بما أن $\vec{F}$ عمودية على $\vec{v}$ ، فإن إحداثييها في معلم فريني هما :

$$\vec{F}\begin{vmatrix} F_T = 0 \\ F_N = F = e.v.B \end{vmatrix} \quad \text{وبالتالي :} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}\begin{vmatrix} a_T = 0 \\ a_N = \dfrac{e.v.B}{m} \end{vmatrix}$$

2.2 - لدينا $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه فإن السرعة ثابتة أي أن $v = v_0$

لدينا كذلك $a_N = \frac{e.v_0B}{m}$ ومنه : $\frac{v_0^2}{\rho} = \frac{e.v_0B}{m}$

أي أن : $\rho = \frac{m.v_0}{e.B} = R = cte$

نستنتج أن حركة الإلكترنات داخل المجال المغنطيسي المنتظم دائرية منتظمة.

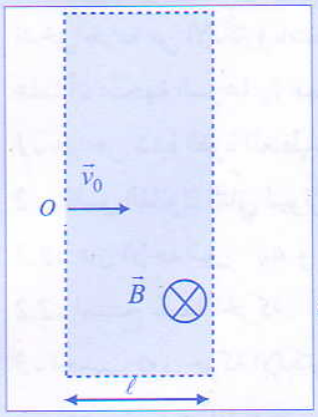
3 - الدور T للحركة

لدينا : $T = \frac{2.\pi}{\omega}$ مع $\omega = \frac{v_0}{R}$ ؛ تصبح العلاقة كالتالي : $T = \frac{2.\pi.R}{v_0}$

نعوض R بتعبيرها $\left(R = \frac{m.v_0}{e.B}\right)$ فنجد : $T = \frac{2.\pi.m}{e.B}$

أي أن : $T = \frac{2.\pi.m}{eB} = \frac{2.\pi.9,1.10^{-31}}{1,6.10^{-19}.6,02.10^{-3}} \approx 6.10^{-9}s$

تمرين 2 الانحراف الزاوي



تدخل دقيقة شحنتها q موجبة وكتلتها m، ابتداء من النقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ ، فضاء فارغا حيث يوجد مجال مغنطيسي منتظم، عرض منطقة المجال المغنطيسي يساوي $\ell = 2cm$ ومتجهة السرعة $\vec{v}_0$ متعامدة مع متجهة المجال $\vec{B}$.

1 ـ عين طبيعة حركة الدقيقة، حيث يوجد المجال المغنطيسي $\vec{B}$، نهمل وزن الدقيقة.

2 ـ إذا علمنا أن الدقيقة هي نواة ذرة الهيليوم $^4_2He^{2+}$ ، حدد شحنتها وشعاع مسارها .

نعطي : $e = 1,6.10^{-19}C \; ; \; m_p = 1u = 1,66.10^{-27}kg \; ; \; B = 4.10^{-2}T \; ; \; v_0 = 10^6 m.s^{-1}$

3 ـ احسب الانحراف الزاوي α للدقيقة.

حل

1 ـ طبيعة الحركة

داخل المجال المغنطيسي، تخضع الدقيقة فقط لقوة مغنطيسية ؛

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$ ومنه : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

حسب تعبير المتجهة $\vec{a}$ ، فإن هذه الأخيرة عمودية على $\vec{v}$ وعلى $\vec{B}$ ؛

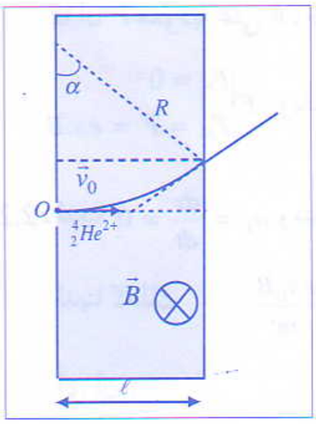
أي أن $\vec{a} = \vec{a}_N$ و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$

وبالتالي فإن السرعة ثابتة يعني $v = v_0$ إذن، حركة الدقيقة منتظمة.

بما أن $a = a_N$ فإن : $F = m.a_N$ ومنه : $|q|v_0B = m\frac{v_0^2}{\rho}$

أي أن : $\rho = \frac{m.v_0}{|q|B} = R$

بما أن شعاع مسار الانحناء للدقيقة ثابت، فإن حركتها حركة دائرية منتظمة .



2 ـ شحنة الدقيقة وشعاع مسارها

شحنة نواة ذرة الهيليوم هي : $q = 2e = 2.1,6.10^{-19} = 3,2.10^{-19}C$

كتلة نواة ذرة الهيليوم هي : $m = A.m_p = 4.m_p = 4.1,66.10^{-27} = 6,64.10^{-27}kg$

حساب شعاع المسار

$$R = \frac{m.v_0}{q.B} = \frac{6,64.10^{-27}.10^6}{3,2.10^{-19}.4.10^{-2}} = 51,87cm$$

3 ـ حساب الانحراف الزاوي α

حسب الشكل الممثل جانبه، لدينا :

$\sin\alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{2.10^{-2}}{51,87.10^{-2}}$ ومنه : $\alpha \approx 2,2°$

تمرين 3

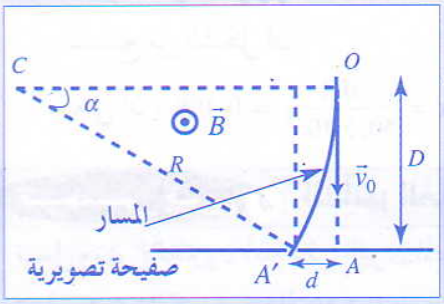
تدخل، عند النقطة O ، دقيقة شحنتها q موجبة وكتلتها m تتحرك بسرعة $\vec{v}_0$ ، حيزا من الفضاء يوجد فيه مجال مغنطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$ عمودية على المتجهة $\vec{v}_0$.

1- بين بطريقتين مختلفتين أن حركة الدقيقة منتظمة في هذه الحالة.

2- بين أن مسار الدقيقة دائري.

3- عبر عن منظم السرعة $\vec{v}_0$ بدلالة q و B و m والشعاع R لمسار الدقيقة.

4- تمكن صفيحة تصويرية متعامدة مع $\vec{v}_0$ وتبعد عن النقطة O بالمسافة $OA = D$ من ملاحظة انحراف الدقيقة عند النقطة A'.



نضع $AA' = d$ ونسمي C مركز المسار الدائري.

1.4- أوجد تعبير R بدلالة D و d. احسب R.

4.2- استنتج تعبير الانحراف الزاوي α، واحسب قيمته.

الدقيقة هي نواة الهيليوم كتلتها $m = 6,6410^{-27}kg$ وشحنتها : $q = 3,210^{-19}C$

نعطي : $D = 0,1m$ و $d = 0,01m$

حـــل

1- الطريقة الأولى :

في المجال المغنطيسي المنتظم، تخضع الدقيقة المشحونة، فقط، لقوة مغنطيسية $\vec{F}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$ ومنه : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

حسب العلاقة : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$ فإن $\vec{a}$ عمودية على $\vec{v}$ ، أي أن : $\vec{a} = \vec{a}_N$

و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ،وبالتالي فإن السرعة ثابتة، يعني أن : $v = v_0$ إذن، الحركة منتظمة.

- الطريقة الثانية :

يعبر عن قدرة القوة المغنطيسية بالعلاقة : $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v}$

بما أن $\vec{F}$ عمودية على $\vec{v}$ ، فإن $\mathcal{P} = 0$

نعلم كذلك أن $\mathcal{P} = \frac{dEc}{dt} = o$ إذن، لا يغير المجال المغنطيسي الطاقة الحركية للدقيقة، وبالتالي فإن سرعتها تبقى ثابتة.

2- طبيعة مسار الدقيقة

- لدينا $\vec{F} = m.\vec{a}_N$ ومنه : $F = m.a_N$ أي أن : $|q|v_0B = m\frac{v_0^2}{\rho}$

وبالتالي : $\rho = \frac{m.v_0}{|q|B} = R$

شعاع الانحناء ثابت لأن : $v_0 = cte$ ، إذن، مسار الدقيقة دائري.

3- تعبير منظم السرعة $\vec{v}_0$

لدينا : $R = \frac{m.v_0}{|q|B}$ ومنه : $v_0 = \frac{|q|.B.R}{m}$

4.1/4- تعبير R بدلالة D و d

بتطبيق مبرهنة فيتاغورس نكتب : $R^2 = D^2 + (R-d)^2$

ومنه : $R^2 = D^2 + R^2 + d^2 - 2Rd$ أي أن : $R = \frac{D^2 + d^2}{2d}$

$$R = \frac{D^2 + d^2}{2d} = \frac{(0,1)^2 + (0,01)^2}{2(0,01)} = 0,505m$$

4.2 - تعبير الانحراف الزاوي

نستنتج من الشكل أن :
$$\sin\alpha = \frac{D}{R}$$

يعني أن : $\sin\alpha = \frac{0,1}{50,5.10^{-2}} = 0,198$ ومنه : $\alpha = 11,42°$

تمرين 4 التأثير المتزامن لـ $\vec{E}$ و $\vec{B}$ على دقيقة مشحونة

نهمل وزن الإلكترون أمام باقي القوى المطبقة عليه.

نعطي كتلة الإلكترون $m = 9,1.10^{-31}kg$ وشحنته $q = -e = -1,6.10^{-19}C$

يمثل الشكل (1) صفيحتين فلزيتين أفقيتين (P_1) و (P_2) طول كل واحدة $\ell = 5cm$

وتفصل بينهما المسافة ℓ.

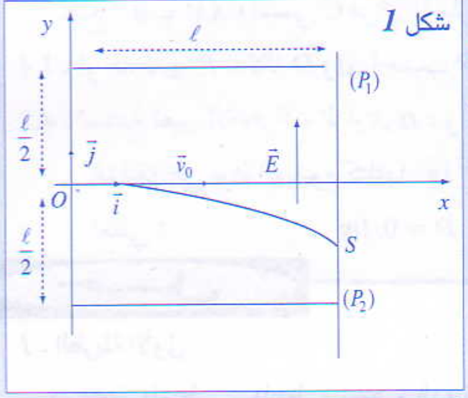
نختار في المستوى الرأسي، معلما متعامدا ممنظما $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، بحيث يكون

أصله O في منتصف المسافة ℓ.

تدخل إلكترونات إلى الحيز $\mathcal{R}$ المحصور بين الصفيحتين بسرعة أفقية $\vec{v}_0$

من النقطة O وفق المحور Ox.

شكل 1



1 - تحدث الصفيحتان (P_1) و (P_2) في الحيز $\mathcal{R}$ مجالا كهرساكنا منتظما متجهته $\vec{E}$ عمودية على $\vec{v}_0$ ومنحاها نحو الأعلى فتنحرف الإلكترونات في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، وتخرج من الحيز $\mathcal{R}$ عند نقطة S أرتوبها $y_S = \frac{-\ell}{4}$ بسرعة $\vec{v}_S$ ، انظر الشكل (1)

1.1 - بيّن أن شغل القوة الكهرساكنة $\vec{F}_e = q.\vec{E}$ المطبقة على إلكترون بين O و S هو : $W_{OS}(\vec{F}_e) = e.E.\frac{\ell}{4}$

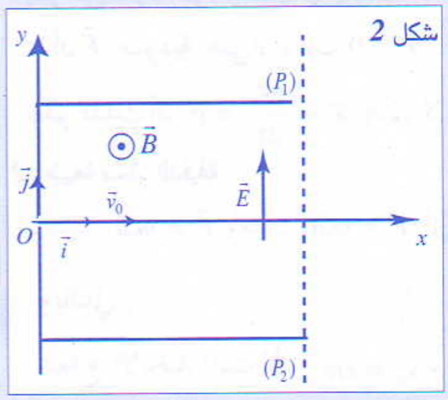
1.2 - بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة دخول إلكترون من النقطة O ولحظة خروجه من النقطة S، أوجد تعبير السرعة v_S بدلالة v_0 و e و E و ℓ و m.

احسب v_S، علما أن $v_0 = 4,2.10^6 m.s^{-1}$ و $E = 10^3 V.m^{-1}$

2 - بالإضافة إلى المجال الكهرساكن $\vec{E}$ السابق، نحدث في الحيز $\mathcal{R}$ مجالا مغنطيسيا منتظما متجهته $\vec{B}$ عمودية على المستوى (Ox,Oy) ومنحاها كما هو مبيّن في الشكل (2)،بحيث تخترق الإلكترونات الحيز $\mathcal{R}$ وفق المحور Ox دون أن تنحرف.

بيّن أن حركة إلكترون تكون منتظمة، واستنتج تعبير شدة المجال المغنطيسي بدلالة E و v_0. احسب B.

شكل 2



3 - نحذف المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ونحتفظ في الحيز $\mathcal{R}$ بالمجال المغنطيسي $\vec{B}$ السابق.

3.1 - بيّن أن حركة إلكترون داخل المجال $\vec{B}$ منتظمة ودائرية.

3.2 - احسب الشعاع R للمسار الدائري.

3.3 - علما أن الإلكترونات تخرج من المجال $\vec{B}$ عند نقطة S' أرتوبها $y_{S'} < \frac{\ell}{2}$ بسرعة $\vec{v}_{S'}$

احسب زاوية الانحراف المغنطيسي $\alpha = (\vec{v}_0, \vec{v}_{S'})$ (الانحراف الزاوي) .

حـــل

1.1/1 ـ شغل القوة الكهرساكنة $\vec{F}_e$ بين O و S.

لدينا : $W_{OS}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e.\overrightarrow{OS} = -e.\vec{E}.\overrightarrow{OS}$

ومنه : $W_{OS}(\vec{F}_e) = -e\left(E_x.(x_S - x_0) + E_y.(y_S - y_0)\right)$

لدينا : $y_S = -\dfrac{\ell}{4}$ و $y_0 = 0$ و $E_y = E$ و $E_x = 0$

إذن : $W_{OS}(\vec{F}_e) = -e.E_y.y_S = e.E.\dfrac{\ell}{4}$

1.2 ـ تعبير السرعة v_S

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين O و S نكتب :

$$\Delta E_C = E_C(S) - E_C(0) = W_{OS}(\vec{F}_e)$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}m.v_S^2 - \frac{1}{2}m.v_0^2 = e\frac{E.\ell}{4}$$

ومنه : $v_S^2 - v_0^2 = \dfrac{e.E.\ell}{2.m}$ أي أن : $v_S = \sqrt{v_0^2 + \dfrac{e.E.\ell}{2.m}}$

$$v_S = \sqrt{(4,2.10^6)^2 + \frac{1,6.10^{-19}.10^3.5.10^{-2}}{2.9,1.10^{-31}}} \approx 4,7.10^6 m.s^{-1}$$

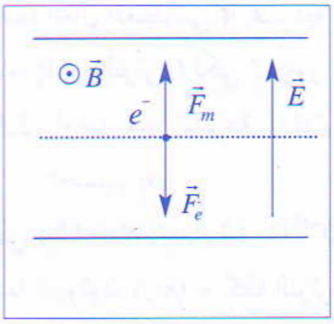
2 ـ طبيعة حركة الإلكترون في الحيز $\mathcal{R}$

يخضع الإلكترون أثناء حركته في المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ إلى :

$\vec{P}$: وزن الإلكترون وهو مهمل ؛

$\vec{F}_e$: القوة الكهرساكنة ؛

$\vec{F}_m$: القوة المغنطيسية.



$\vec{F}_e$ و $\vec{F}_m$ رأسيتان والإلكترون لا ينحرف أثناء حركته، وبالتالي فإن $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$

يعني أن : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

إذن، حسب مبدإ القصور فإن حركة الإلكترون حركة مستقيمية منتظمة

ـ تعبير شدة المجال المغنطيسي $\vec{B}$.

لدينا $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$ ومنه : $F_e = F_m$ أي أن : $|q|E = |q|v_0B$

وبالتالي : $B = \dfrac{E}{v_0} = \dfrac{10^3}{4,2.10^6} = 2,38.10^{-4}T$

3 ـ تأثير المجال المغنطيسي وحده

3.1 ـ في هذه الحالة يخضع الإلكترون فقط إلى القوة المغنطيسية $\vec{F}_m$ ؛

حسب القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F}_m = q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$

ومنه : $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

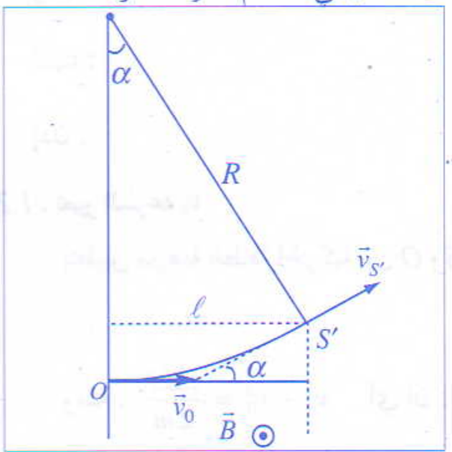
بما أن $\vec{a}$ عمودية على $\vec{v}$ فإن : $a_T = \dfrac{dv}{dt} = 0$

وبالتالي فسرعة الإلكترون ثابتة، أي أن : $v = v_0$

من جهة أخرى نكتب $F_m = m.a_N$، يعني أن : $|q|v_0 B = m\dfrac{v_0^2}{\rho}$

ومنه : $\rho = \dfrac{m.v_0}{|q|B} = R$

بما أن منظم السرعة $\vec{v}$ وشعاع الانحناء ثابتين فإن حركة الإلكترون، داخل المجال المغنطيسي المنتظم، حركة دائرية منتظمة.



3.2 - شعاع المسار الدائري هو : $R = \dfrac{m.v_0}{e.B}$

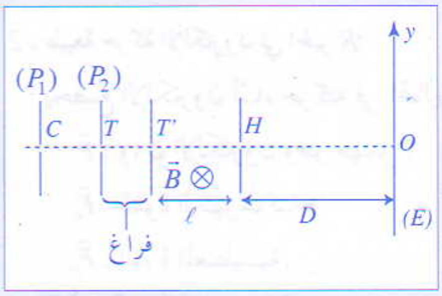
يعني أن : $R = \dfrac{m.v_0}{e.B} = \dfrac{9,1.10^{-31}.4,2.10^{6}}{1,6.10^{-19}.2,38.10^{-4}} = 0,1m$

3.3 - حساب الانحراف الزاوي α

نستنتج باعتماد الشكل الممثل جانبه أن : $\sin\alpha = \dfrac{\ell}{R}$

ومنه : $\sin\alpha = \dfrac{5.10^{-2}}{10.10^{-2}} = 0,5$ أي أن : $\dot{\alpha} = 30°$

تمرين 5



نتوفر على جهاز يمكن من إنتاج أيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ وأيونات $^{4}_{3}Li^{+}$ في الفراغ.

تغادر هذه الأيونات النقطة C بسرعة بدئية مهملة (الشكل جانبه).

تُسرَّع هذه الأيونات بين الصفيحتين (P_1) و (P_2) تحت تأثير توتر $U = V_{p_1} - V_{p_2}$

فتدخل مجالا مغنطيسيا $\vec{B}$ منتظما في حيز طوله $\ell = 2cm$.

متجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$ عمودية على مستوى الشكل وشدته $B = 6.10^{-2}T$

1 - ما إشارة التوتر U لكي تتجاوز الأيونات الثقب T ؟ علل جوابك.

2.1/2 - أوجد تعبير السرعة v_1 للأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ عند مرورها عبر الثقب T بدلالة كتلتها m_1 وشحنتها q والتوتر U ؛

احسب v_1 .

نعطي : الشحنة الابتدائية : $e = 1,6.10^{-19}C$

- كتلة البروتون $(m_p) \approx$ كتلة النوترون (m_n) : $m_p = m_n = 1,67.10^{-27}kg$

- $U = 100V$

2.2 - اشرح لماذا تصل الأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ إلى الثقب T' بنفس السرعة v_1 المحصل عليها عند الثقب T.

3.1/3 - ما طبيعة حركة الأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ في الحيز الذي يوجد فيه المجال $\vec{B}$ ؟

3.2 - أوجد تعبير الشعاع R_1 لمسار أيونات $^{6}_{3}Li^{+}$ بدلالة B و e و m_1 و U ؛ احسب R_1 .

3.3 - احسب زاوية الانحراف α_1 لأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$.

3.4 - احسب الأرتوب y_1 لنقطة الاصطدام على الشاشة E للأيونات $^{6}_{3}Li^{+}$.

نعطي : $D = 50cm$.

4 - في الحقيقة هناك مساران متباينان.

لتكن m_2 كتلة الأيونات $^{4}_{3}Li^{+}$ و R_2 شعاع مسارها.

$^{6}_{3}Li^+$ و $^{A}_{3}Li^+$ نظيران لهما نفس الشحنة q وكتلتاهما مختلفتان $(m_1 \neq m_2)$.

4.1 - بين أن العلاقة $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$ لا تتعلق إلا بالكتلتين m_1 و m_2 ، حيث تمثل α_2 زاوية الانحراف لأيونات $^{A}_{3}Li^+$.

4.2 - احسب عدد الكتلة A لأيونات $^{A}_{3}Li^+$ ، علما أن $\alpha_2 = 21,6°$

حل

1 - إشارة التوتر U.

بما أن شحنة الأيونات Li^+ موجبة، فإنها تُسَرَّعُ نحو الجهود التناقصية ؛

أي أن $V_{p_2} < V_{p_1}$ ومنه : $U = V_{p_1} - V_{p_2} > 0$

2.1/2 - تعبير السرعة v_1 للأيونات $^{6}_{3}Li^+$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين (P_1) و (P_2) نكتب :

$$\Delta E_C = E_C(P_2) - E_C(P_1) = W_{P_1P_2}(\vec{F}_e)$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m_1.v_1^2 - 0 = q(V_{p_1} - V_{p_2})$$

يعني أن : $\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = q.U$ ومنه : $v_1 = \sqrt{\frac{2.q.U}{m_1}}$ مع $q = +e$ و $m_1 = 6m_p$

نحصل على : $v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{6m_p}} = \sqrt{\frac{2.1,6.10^{-19}.100}{6.1,67.10^{-27}}} = 5,65.10^4 m.s^{-1}$

2.2 - تفسير

بين الموضعين T و T' ، لا تخضع الأيونات لأية قوة يعني $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ ، إذن، تبقى سرعة الأيونات في هذا الحيز ثابتة

3.1/3 - طبيعة الحركة

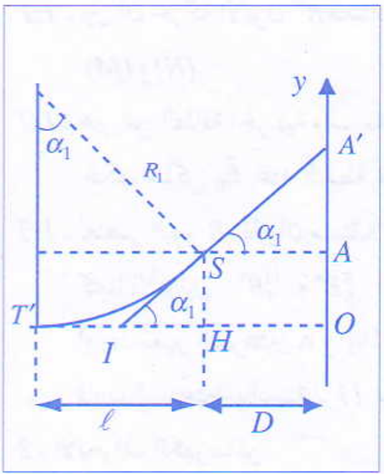
بما أن الأيونات تدخل الحيز الذي يوجد فيه المجال المغنطيسي المنتظم بسرعة متجهتها عمودية على متجهة المجال $\vec{B}$ ، فإن حركة الأيونات في هذا الحيز، حركة دائرية منتظمة (انظر البرهنة في التمارين السابقة).

3.2 - تعبير الشعاع

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F}_m = q.\vec{v}_1 \wedge \vec{B} = m_1.\vec{a}_N$

ومنه : $|q|v_1 B = m_1 \frac{v_1^2}{R_1}$ أي أن : $R_1 = \frac{m_1 v_1}{e.B}$ مع $|q| = e$

يعني : $R_1 = \frac{6.m_p.v_1}{e.B} = \frac{6.1,67.10^{-27}.5,65.10^4}{1,6.10^{-19}.6.10^{-2}} = 5,9.10^{-2} m$



3.3 - حساب زاوية الانحراف α_1 (الانحراف الزاوي)

تغادر الأيونات المجال $\vec{B}$ عند النقطة S ، لتأخذ حركة مستقيمية منتظمة مسارها مجسد بالمماس للمسار الدائري عند النقطة S، لتصطدم بالشاشة عند النقطة A' ؛

حسب الشكل نكتب : $\sin \alpha_1 = \frac{\ell}{R_1}$

يعني أن : $\sin \alpha_1 = \frac{2}{5,9} = 0,339$ ، أي أن : $\alpha_1 = 19,8°$

3.4 - حساب أرتوب نقطة الاصطدام

لدينا حسب الشكل $\tan \alpha_1 = \frac{AA'}{D}$ ومنه : $AA' = D \tan \alpha_1$

لدينا كذلك : $OA = R_1 - R_1 . \cos \alpha = R_1(1 - \cos \alpha_1)$

إذن : $y_1 = OA + AA'$ ومنه : $y_1 = D \tan \alpha_1 + R_1(1 - \cos \alpha_1)$

4.1/4 - البرهنة

لدينا : $\sin \alpha = \frac{\ell}{R}$ ومنه : $\sin \alpha_1 = \frac{\ell}{R_1}$ و $\sin \alpha_2 = \frac{\ell}{R_2}$

أي أن : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{R_2}{R_1}$

بما أن $R_1 = \frac{m_1 v_1}{e.B}$ و $R_2 = \frac{m_2 v_2}{e.B}$ ، فإن : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$

لدينا كذلك : $v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$ و $v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$ ومنه : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{m_2}{m_1} . \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

4.2 - تحديد عدد الكتلة A

بتعويض : $m_1 = 6m_p$ و $m_2 = A.m_p$ نحصل على : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \sqrt{\frac{A}{6}}$

نستنتج إذن : $A = 6\left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}\right)^2 = 6\left(\frac{\sin 19,8°}{\sin 21,46°}\right)^2 = 5$