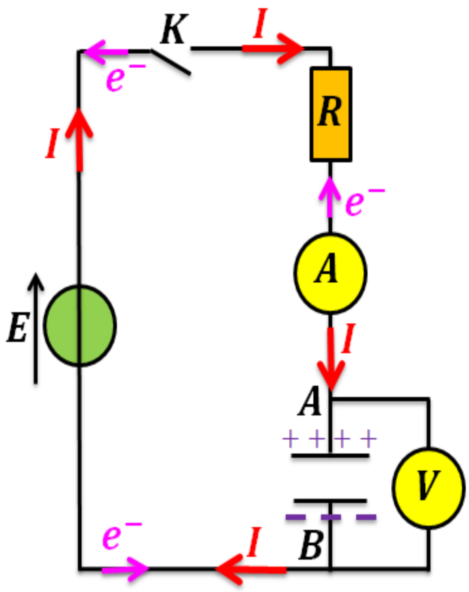
| الثانية باكالوريا الفيزياء | ثنائي القطب RC<br>Le Dipôle RC | الجزء الثالث :<br>الكهرباء<br>الوحدة 1<br>6 س / 7 س |
|---|---|---|

## 1- المكثف :

في سنة 1745م وفي مدينة لايد Leyde بهولندا اكتشف الفيزيائيان كليست Von Kleist و موسشنبرك Petrus Van Musschenbrœk المكثف الذي عرف بقنينة لايد وهو جهاز يمكن من جمع الشحن الكهربائية الساكنة ، لكن مبدأ اشتغال هذه المركبة لم يكتشف إلا سنة 1782م من طرف الفيزيائي الإيطالي فولطا Volta .

### 1-1- تعريف :




ننجز التركيب التجريبي التالي :

أ- عند غلق قاطع التيار ، كيف يتغير التوتر بين مربطي المكثف وشدة التيار المار في الدارة ؟

**تتزايد قيمة التوتر بين مربطي المكثف لتصل إلى قيمة مستقرة تساوي $E$** ، وتنخفض شدة التيار الكهربائي حتى تنعدم . نقول إن المكثف عند شحنه كليا يتصرف **كقاطع تيار مفتوح** .

ب- مثل على التركيب منحى التيار الكهربائي و منحى انتقال الإلكترونات انظر الشكل .

ج- استنتج إشارتي $q_A$ و $q_B$ شحنتي اللبوسين $A$ و $B$ للمكثف .

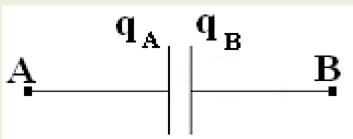
عند غلق قاطع التيار ، تتحرك الإلكترونات من اللبوس $A$ نحو اللبوس $B$ وتجد أمامها **عازلا استقطابيا** فتتراكم ، ويشحن اللبوس $B$ بشحنة $q_B$ **سالبة** $q_B < 0$ بينما يشحن اللبوس $A$ بشحنة **موجبة** $q_A > 0$ .

د- علما أن الشحنة الكهربائية تنحفظ ، ما العلاقة بين $q_A$ و $q_B$ عند كل لحظة ؟

بما أن الشحنة الكهربائية **تنحفظ** ، فإن $q_A + q_B = 0$ أي $q_A = -q_B$ .

**يتكون المكثف من موصلين كهربائيين متقابلين ، نسميهما لبوسين ، يفصل بينهما عازل استقطابي .**

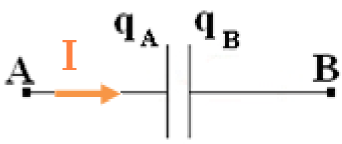
**نسمي شحنة المكثف أو كمية الكهرباء $q$ التي يتوفر عليها المكثف شحنة اللبوس الموجب للمكثف ، وحدتها هي الكولوم . نرمز للمكثف بـ**



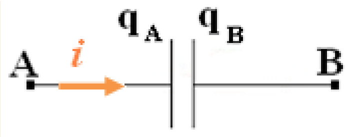

**لتكن $q_A$ شحنة اللبوس $A$ وهو مشحون إيجابا و $q_B$ شحنة اللبوس $B$ وهو مشحون سلبا ، حيث تحقق $q_A$ و $q_B$ في كل لحظة $q_A = -q_B = q$ .**

### 1-2- العلاقة بين الشحنة وشدة التيار :

اصطلاح توجيه التيار بالنسبة لمكثف



نختار **منحى موجبا لشدة التيار** حيث يدخل من اللبوس $A$ ، عندما **يمر التيار من المنحى المختار** تكون $i > 0$ و عندما **يمر في المنحى المعاكس** تكون $i < 0$ .




$$i = \frac{dq_A}{dt} = -\frac{dq_B}{dt}$$

عند تزايد $q_A$ : $\frac{dq_A}{dt} > 0$ أي $i > 0$

عند تناقص $q_A$ : $\frac{dq_A}{dt} < 0$ أي $i < 0$

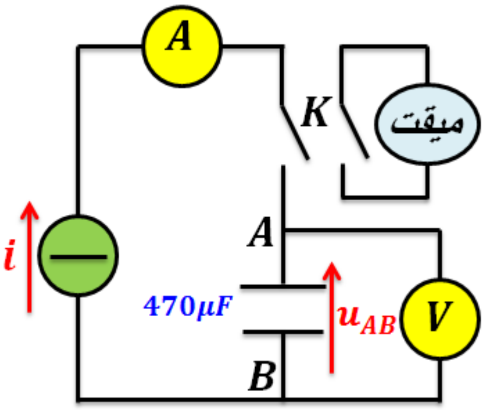
تجبير شدة التيار الكهربائي

**شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحنات الكهربائية وهي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن .**

- في حالة التيار المستمر : $I = \frac{Q}{\Delta t}$
- في حالة التيار المتغير : $i = \frac{dq}{dt}$

## 3-1- العلاقة بين الشحنة و التوتر :

ننجز التركيب الكهربائي التالي ، حيث يعطي المولد **المؤمثل** للتيار تيارا كهربائيا شدته ثابتة وقابلة للضبط $I_0 = 80\ \mu A$ .
نغلق قاطع التيار و نشغل الميقت في نفس الوقت ، ثم نقيس التوتر $u_{AB}$ بين مربطي المكثف كل **خمس ثوان** . ندون النتائج في الجدول :




تبيانة التركيب التجريبي

| 40 | 35 | 30 | 25 | 20 | 15 | 10 | 5 | 0 | t(s) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6,81 | 5,96 | 5,11 | 4,25 | 3,4 | 2,55 | 1,7 | 0,85 | 0 | $u_{AB}$(V) |
| | | | | | | | | | $q_A$(µC) |

أ- ما قيمة كمية الكهرباء $q_A$ التي يحملها المكثف عند اللحظة $t = 0$ ؟

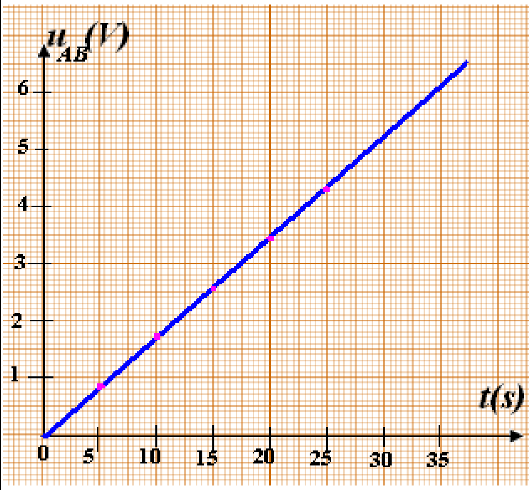
عند اللحظة $t = 0$ يكون المكثف مفرغا أي $q_A = 0$ .

ب- بين أنه في لحظة $t$ يكتسب المكثف الشحنة $q_A(t) = I_0.t$ .

لدينا $i = \frac{q_A}{dt}$ إذن $I_0 = \frac{dq_A}{dt} = \frac{q_A(t)-q_A(0)}{t-0} = \frac{q_A(t)}{t}$ وبالتالي $q_A(t) = I_0.t$

ج- أتمم ملأ الجدول .

| 40 | 35 | 30 | 25 | 20 | 15 | 10 | 5 | 0 | t(s) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6,81 | 5,96 | 5,11 | 4,25 | 3,4 | 2,55 | 1,7 | 0,85 | 0 | $u_{AB}$(V) |
| 3200 | 2800 | 2400 | 2000 | 1600 | 1200 | 800 | 400 | 0 | $q_A$(µC) |




د- مثل المنحنى $u_{AB} = f(t)$ وحدد المعامل الموجه $\alpha$ للمنحنى.

انظر المنحنى .

المنحنى عبارة عن **دالة خطية** تكتب على شكل $u_{AB} = \alpha.t$

وبالتالي $\alpha = \frac{u_{AB}}{t} = \frac{0,85}{5} = 0,17\ V.s^{-1}$

ه- استنتج تعبير $q_A$ بدلالة $I_0$ و $\alpha$ و $u_{AB}$ .

لدينا $q_A(t) = I_0.t$ و $u_{AB} = \alpha.t$

إذن $q_A(t) = \frac{I_0.u_{AB}}{\alpha}$

و- نسمي $\frac{I_0}{\alpha}$ **سعة المكثف** ونرمز لها بــ $C$ . احسب $C$ وقارنها مع القيمة التي يشير إليها الصانع .

لدينا $q_A(t) = C.u_{AB}$

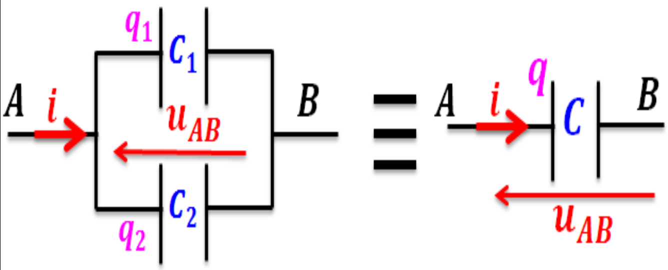
إذن $C_{exp} = \frac{I_0}{\alpha} = \frac{8.10^{-6}}{0,17} = 470,6\ \mu F$ نلاحظ أن $C_{exp} = C_{th}$ .

**تتناسب الشحنة $q_A(t)$ للمكثف مع التوتر $u_{AB}(t)$ بين مربطيه ، نسمي معامل التناسب سعة المكثف ، نرمز له بــ C ، وحدته في ( ن.ع ) هي الفاراد $F$ حيث : $q_A(t) = C.u_{AB}$**
**سعة المكثف مقدار موجب ، وهو يميز المكثف و لا يتعلق بالتوتر المطبق بين مربطيه و لا بمدة الشحن .**

| أجزاء الفاراد | |
|---|---|
| ميليفاراد | $1mF = 10^{-3}F$ |
| ميكروفاراد | $1\mu F = 10^{-6}F$ |
| نانوفاراد | $1nF = 10^{-9}F$ |
| بيكوفاراد | $1pF = 10^{-12}F$ |

## 2- تجميع المكثفات :

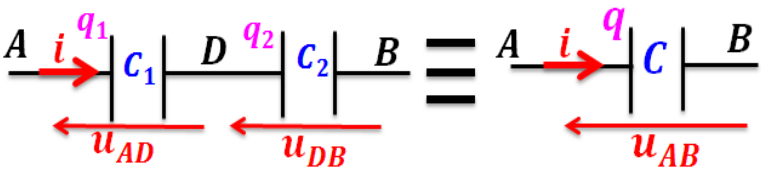
### 2-1- التركيب على التوازي :



نطبق بين قطبي مكثفين $C_1$ و $C_2$ مركبين على التوازي التوتر $u_{AB}$ .
لتكن $q_1$ شحنة المكثف الذي سعته $C_1$ و $q_2$ شحنة المكثف الذي سعته $C_2$ و $q$ الشحنة الكلية للمكثفين معا.
بتطبيق قانون العقد في العقدة $A$ ، لدينا $q = q_1 + q_2 = C_1.u_{AB} + C_2.u_{AB} = (C_1 + C_2).u_{AB}$
ومن جهة أخرى ، لدينا $q = C.u_{AB}$ وبالتالي $C = C_1 + C_2$ .

**بصفة عامة ، تكون سعة المكثف المكافئة لمكثفات مركبة على التوازي سعاتها $C_1$ و $C_2$ و ... و $C_n$ هي $C = \sum C_i = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$**
**يمكن التركيب على التوازي من تضخيم السعة عند تطبيق توتر ضعيف ، كما يمكن بتطبيق توتر ضعيف ، الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة .**

### 2-2- التركيب على التوالي :



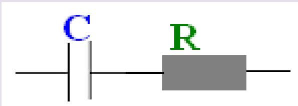
نركب عل التوالي مكثفين سعاتها $C_1$ و $C_2$ ، فيمر فيهما نفس التيار الكهربائي ، ليشحنا بشحنتين متساويتين $q = q_1 = q_2$
لدينا $u_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $u_{DB} = \frac{q_2}{C_2}$ و $u_{AB} = \frac{q}{C}$ بتطبيق قانون إضافية التوترات :
$u_{AB} = u_{AD} + u_{DB}$ إذن $\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$ وبالتالي $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

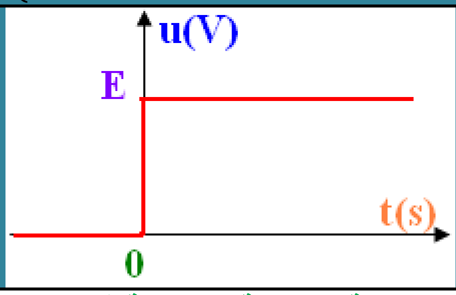
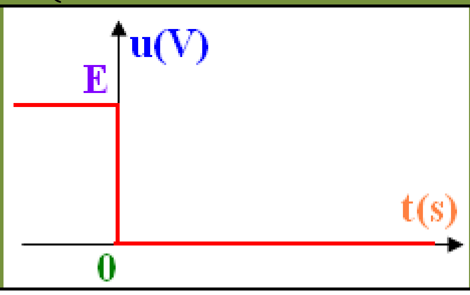
**بصفة عامة ، تكون سعة المكثف المكافئة لمكثفات مركبة على التوالي سعاتها $C_1$ و $C_2$ و ... و $C_n$ هي $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$**
**يمكن التركيب على التوالي من الحصول على سعة قيمتها أصغر ، كما يمكن من تطبيق توتر عال قد لا يتحمله كل مكثف إذا استعمل على حدة .**

## 3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر :

### 3-1- تعاريف :

**ثنائي القطب** $RC$ هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته $R$ و مكثف سعته $C$ .

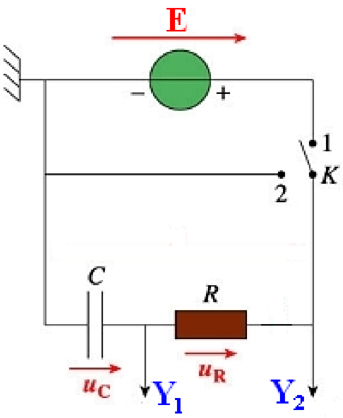



| رتبة توتر هي إشارة كهربائية $u$ و نميز بين : | |
|---|---|
| **رتبة التوتر الصاعدة** وتعرف كالتالي : | **رتبة التوتر النازلة** وتعرف كالتالي : |
| بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = E$<br>بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = 0$ | بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = 0$<br>بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = E$ |
|  |  |

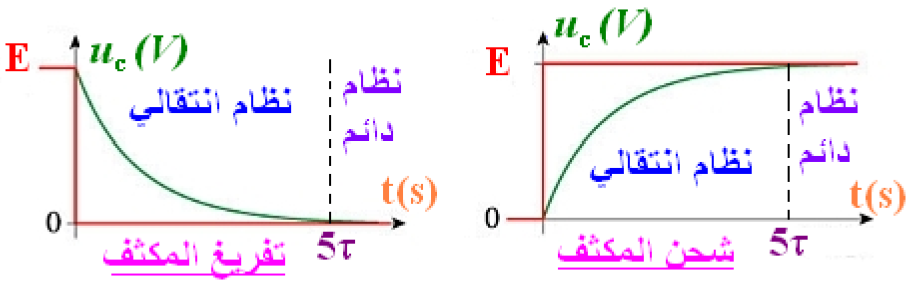




### 3-2- الدراسة التجريبية لاستجابة ثنائي القطب RC

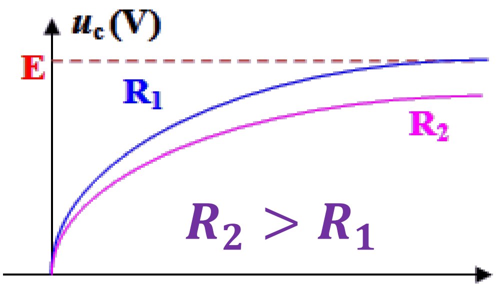


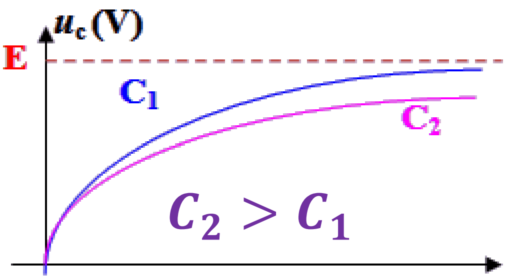

بإنجاز التركيب التجريبي التالي وعند معاينة التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف ، نحصل على المنحنيات التالية :



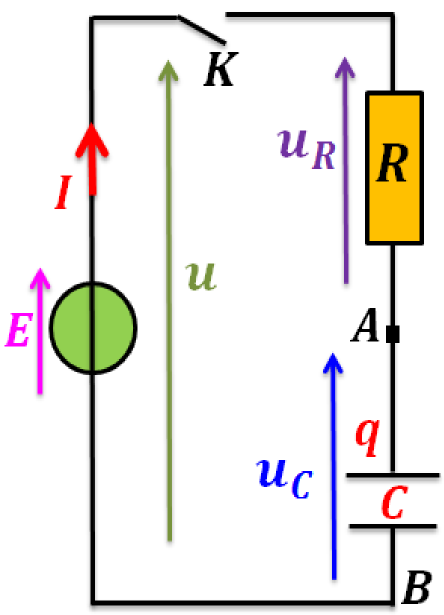

نلاحظ :

- التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف **متصل** .
- **يتزايد** التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف خلال **الشحن** و**يتناقص** خلال **التفريغ** .
- نميز بين نظامين :
  - **النظام الانتقالي** : **يتزايد أو يتناقص** خلاله التوتر $u_C$ ونحصل عليه عندما تكون $t < 5\,\tau$ .
  - **النظام الدائم** : نحصل عليه عندما تكون $t > 5\,\tau$ ويبقى خلاله التوتر $u_C$ **ثابتا** وقيمته تساوي $E$ عند شحن المكثف و منعدمة عند تفريغه .
- **تتزايد مدة شحن أو تفريغ** المكثف عندما **تزداد قيمة** $R$ أو $C$ . (انظر الشكل التالي )
- لا **يؤثر وسع رتبة التوتر** على **ثابتة الزمن** $\tau$ .



## 3-3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر : شحن المكثف




### 3-3-1- المعادلة التفاضلية :

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $u = u_R + u_C = E$

وحسب قانون أوم : $u_R = R.i$ ولدينا $q = C.u_C$ و $i = \frac{dq}{dt}$

إذن $i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$

**المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف**

**خلال شحنه هي** $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$

**وباعتبار $u_C = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q$**

**خلال شحنه هي** $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$

### 3-3-2- حل المعادلة التفاضلية :

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $R.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ يكتب على الشكل التالي :

$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ مع $A$ و $B$ و $\alpha$ ثوابث .

لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{du_C}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية

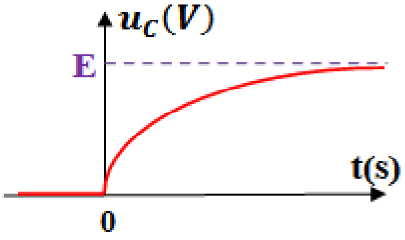
فنجد : $-RC.\alpha.A.e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = E$ إذن $(1 - RC.\alpha).A.e^{-\alpha t} = E - B$

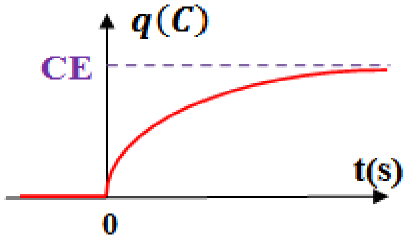
علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت $t$ يجب أن يكون :

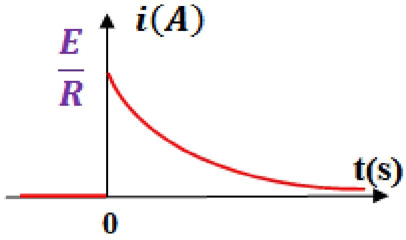
$$\begin{cases} 1 - RC\alpha = 0 \\ E - B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{RC} \\ B = E \end{cases}$$ وبالتالي $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$

في البداية يكون المكثف **غير مشحون** ، وبما أن التوتر $u_C$ دالة **متصلة** فإن $u_C(t_0) = 0$

إذن $u_C(t_0) = A + E = 0$ أي $A = -E$ وبالتالي : $u_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E$




**نضع** $\tau = R.C$

**تعبير التوتر بين مربطي المكثف هو** $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

**بما أن** $q(t) = C.u_C(t)$ **فإن تعبير الشحنة $q$ هو**

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

**بما أن** $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ **فإن تعبير شدة التيار المار في الدارة** $RC$

**هو** $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

**نلاحظ أن التوتر** $u_C(t)$ و $q(t)$ **متصلة عند اللحظة** $t = 0$ .

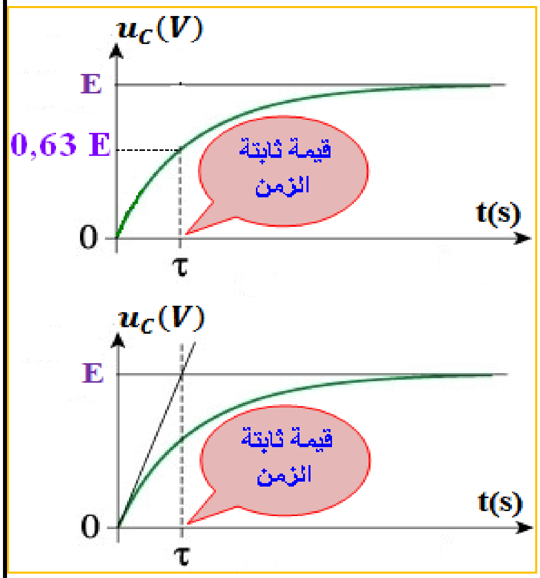
**نلاحظ أن شدة التيار** $i(t)$ **متقطعة عند اللحظة** $t = 0$ .

### 3-3-3- ثابتة الزمن $\tau$ :

نضع $\tau = R.C$ . لدينا بالنسبة للموصل أومي : $u = R.i$ أي $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

لدينا بالنسبة للمكثف : $i = C.\frac{du}{dt}$ أي $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$

إذن $[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I].[t]}{[U]} = [t]$ وبالتالي $[\tau] = [t]$ أي أن لـ $\tau$ **بُعد الزمن** .



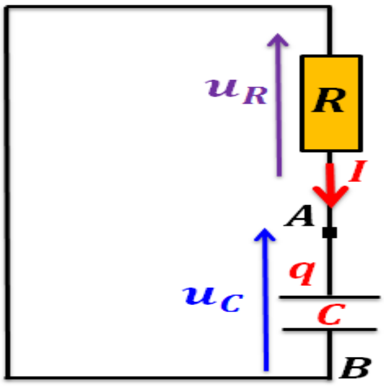

**نسمي المقدار $\tau = R.C$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ،**
**لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في ( ن ، ع ) هي الثانية s .**

**يمكن تحديد قيمة $\tau$ :**

- بمعرفة $R$ و $C$ فنحسب $\tau = R.C$ .
- لدينا $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right)$
 إذن $u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63\ E$ حيث $\tau$ هو **الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,63\ E$** .
- $\tau$ هي **أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى** $u_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ و المقارب $u_C = E$ .

## 4-3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر : تفريغ المكثف

### 1-4-3- المعادلة التفاضلية :



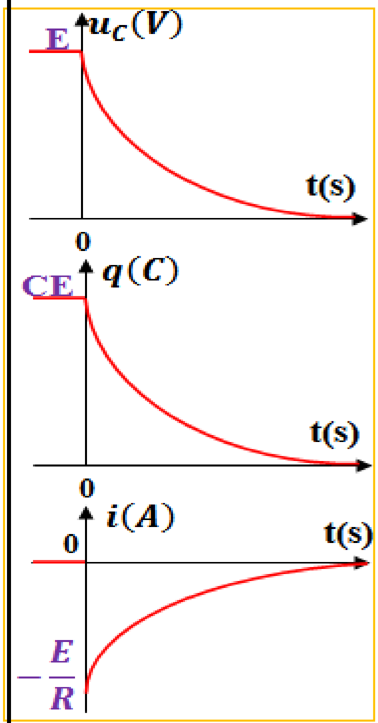

عند غلق الدارة الممثلة جانبه عند اللحظة $t = 0$ يكون **المكثف مشحونا** أي
$u_C(0) = E$ و حسب قانون إضافية التوترات $u = u_R + u_C = 0$
و حسب قانون أوم لدينا $u_R = R.i$ و نعلم أن $q = C.u_C$
إذن $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$
ونضع $\tau = R.C$ إذن $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

**المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف خلال تفريغه هي** $\frac{du_C}{d} + \frac{u_C}{\tau} = 0$

**وباعتبار $u_C = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q$ خلال تفريغه هي** $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = 0$

### 2-4-3- حل المعادلة التفاضلية :

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ يكتب على الشكل التالي :
$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ مع $A$ و $B$ و $\alpha$ ثوابت .
لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{du_C}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية
فنجد : $-\tau.\alpha.A.e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = 0$ إذن $(1 - \tau.\alpha).A.e^{-\alpha t} = -B$
علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت $t$ يجب أن يكون :




$\begin{cases}1-\tau.\alpha=0\\ B=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{1}{\tau}\\ B=0\end{cases}$ وبالتالي $u_C(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن التوتر $u_C$ دالة متصلة فإن $u_C(t_0)=E$ إذن $u_C(t_0)=A=E$

أي $A=E$ وبالتالي : $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

تعبير التوتر بين مربطي المكثف هو $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $q(t)=C.u_C(t)$ فإن تعبير الشحنة $q$ هو $q(t)=C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

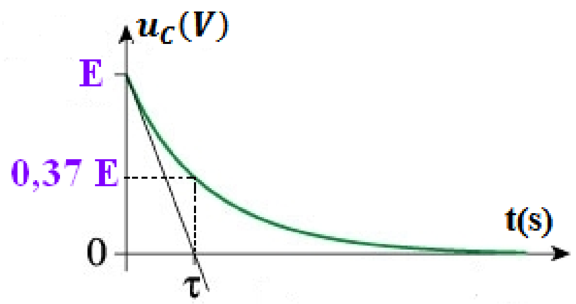
بما أن $i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}$ فإن تعبير شدة التيار المار في الدارة $RC$ هو

$$i(t)=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نلاحظ أن التوتر $u_C(t)$ و $q(t)$ **متصلة** عند اللحظة $t=0$ .

نلاحظ أن شدة التيار $i(t)$ **متقطعة** عند اللحظة $t=0$ .

### 3-4-3- ثابتة الزمن $\tau$ :



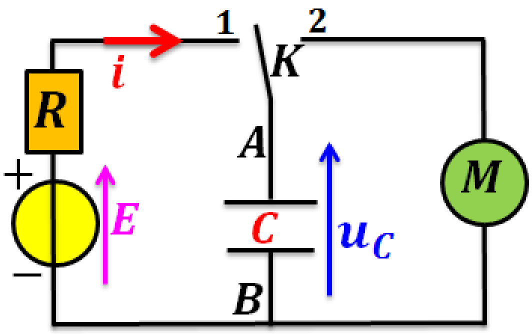

نسمي المقدار $\tau=R.C$ ثابتة الزمن لثنائي القطب $RC$ ،
لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في ( ن ، ع ) هي الثانية s .

**يمكن تحديد قيمة $\tau$ :**

- بمعرفة $R$ و $C$ فنحسب $\tau=R.C$ .
- لدينا $u_C(\tau)=Ee^{-\frac{\tau}{\tau}}=Ee^{-1}=0,37\,E$ حيث $\tau$ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,37\,E$ .
- $\tau$ هي أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_C=f(t)$ عند اللحظة $t=0$ ومحور الأفاصيل .

## 4- الطاقة المخزونة في المكثف :

### 4-1- الإبراز التجريبي :




نعتبر التركيب المستعمل جانبه .

- عندما يوجد قاطع التيار في الموضع (1) ، **يشحن المكثف ويخزن طاقة كهربائية** .
- عندما نأرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) ، **يزود المكثف المحرك بالطاقة فيدور هذا الأخير** .
- **تزداد الطاقة المخزونة** في مكثف عند زيادة **سعة** المكثف أو زيادة **القوة الكهرمحركة** للمولد .

### 4-2- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف :

تكتب القدرة الكهربائية الممنوحة لمكثف كالتالي $\mathcal{P}=u_C.i=u_C.\frac{d(Cu_C)}{dt}=C.u_C.\frac{du_C}{dt}=\frac{1}{2}C\frac{du_C^2}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Cu_C^2+K)$

ونعلم أن $\mathcal{P}=\frac{d\xi}{dt}$ إذن $\xi=\frac{1}{2}Cu_C^2+K$ مع $K$ ثابتة

عند اللحظة $t=$ لدينا $u_C=0$ و $\xi=0$ إذن $K=0$ وبالتالي $\xi=\frac{1}{2}Cu_C^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}qu_C$

إن تخزين الطاقة أو تفريغ الطاقة من مكثف لا يتم بشكل أني ، وبالتالي يكون التوتر بين مربطي المكثف متصلا $u_C=\sqrt{\frac{2\,\xi}{C}}$ .