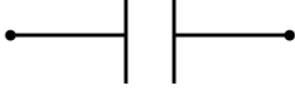


ثنائي القطب RC**1**Dipole RC1- المكثف : condensateur1- تعريف :

يتكون المكثف من موصلين يسميان لبوسين يفصل بينهما عازل استقطابي :

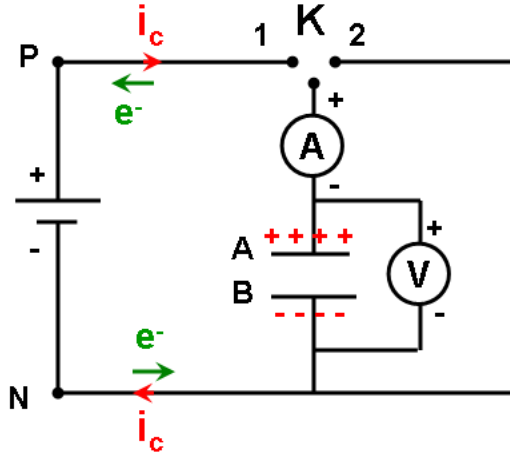


❖ دور المكثف : يمكن من تخزين كمية من الكهرباء و إرجاعها عند الحاجة .

❖ الرمز الاصطلاحي للمكثف :

1- شحنة المكثف :أ - شحنة المكثف :

ننجز التركيب الكهربائي التالي :



نضع قاطع التيار في الموضع (1) فنلاحظ :

- يشير الأمبير متر خلال وقت و جيز إلى مرور تيار كهربائي

- يشير الفولطتر بسرعة إلى توتر يساوي القوة الكهربائية محرقة للمولد G , و يبقى هذا التوتر ثابتا : نقول أن المكثف مشحون.

❖ تعليل :

- يفسر مرور التيار الكهربائي في الدارة بتراكم الإلكترونات على اللبوس B فتظهر شحنة سالبة و بالتأثير (الكهرساكن) تظهر شحنة موجبة على اللبوس A , حيث يفقد اللبوس A نفس الشحنة التي تكسبها اللبوس B و تتجه هذه الإلكترونات من A إلى القطب الموجب للمولد.

- يفسر ظهور التوتر بين مربطي المكثف بوجود فرق الجهد بين لبوسيه حيث يشحنان بشحنتين متقابلتين حيث  $q = q_A = -q_B$

و عندما يصبح المكثف مشحون فإن :  $U_{AB} = U_{PN} = E$  : القوة الكهربائية

تسمى شحنة المكثف الكمية الكهربائية الكمية q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه لتكن  $q_A$  شحنة اللبوس A ( $q_A > 0$ )  $q_B$  شحنة اللبوس

B ( $q_B > 0$ ) في هذه الحالة  $q = q_A = q_B$  .

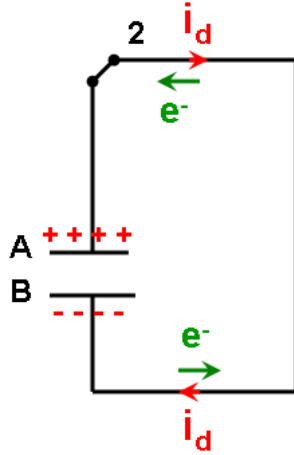
نسمى شحنة المكثف الكمية الكهربائية q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه لتكن  $q_A$  شحنة اللبوس A ( $q_A > 0$ ) و  $q_B$  شحنة اللبوس B

(  $q_B < 0$  ) في هذه الحالة  $q = q_A = -q_B$

ب - تفريغ المكثف :

بعد شحن المكثف نضع قاطع التيار في الموضع (2) فنلاحظ أن :

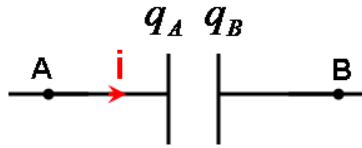
- يشير الأمبير متر إلى مرور وجيز للتيار الكهربائي في المنحى المعاكس.
- و الفولطمتر يشير إلى انعدام سريع للتوتر.



- بعد غلق قاطع التيار فإن الالكترونات المتراكمة على اللبوس B تعود إلى اللبوس A .
- تيار التفريغ الذي يظهر في الدارة له عكس منحى تيار الشحن.
- وعندما ينتهي التفريغ فإن  $i_d = 0$  و  $U_{AB} = 0$  و اللبوس A و B يصبحان محايدين كهربائيا.

### 3 – العلاقة بين الشحنة و شدة التيار الكهربائي :

نختار منحى موجبا و لشدة التيار حيث يدخل من اللبوس A :



- شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحن الكهربائية و هي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن .

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

(C) كولوم      (s) الثانية

(A) أمبير

❖ تجبير :

- عندما يمر التيار في المنحى الموجب تزداد شحنة اللبوس A أي  $\frac{dq(t)}{dt} > 0$  أي  $i > 0$  .
- عندما يمر التيار في المنحى المعاكس للمنجى الموجب تتناقص شحنة اللبوس A أي  $\frac{dq(t)}{dt} < 0$  أي  $i < 0$  .

❖ ملحوظة :

$$I = \frac{q}{t} \quad (I = cte)$$

### 4 – العلاقة بين الشحنة و التوتر : سعة مكثف

ننجز التركيب الممثل أسفله :



$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

ولدينا :  $U_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$  و  $U_{DB} = \frac{q_2}{C_2}$

مع  $q_1 = q_2 = q$

$$U_{AB} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

$$U_{AB} = q \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

ومنه  $\frac{1}{C} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$  مع  $U_{AB} = \frac{q}{C}$

❖ تعميم:

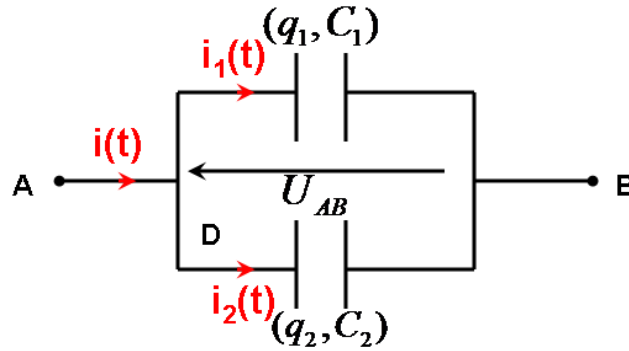
سعة المكثف المكافئ لتجميع عدة مكثفات على التوالي تحقق العلاقة :  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i}$

❖ فائدة التركيب على التوالي :

يمكن هذا التركيب من الحصول على سعة قيمتها أصغر , مع تطبيق توتر عال قد لا يتحمله مكثف إذا استعمل لوحده.

2 - التجميع على التوازي :

نركب على التوازي مكثفين سعتهما  $C_1$  و  $C_2$  فيكون نفس التوتر  $U_{AB}$  مطبق بين مربطيهما :



حسب قانون العقد فإن :

$$i = i_1 + i_2$$

$$\frac{q}{t} = \frac{q_1}{t} + \frac{q_2}{t}$$

$$q = q_1 + q_2$$

مع  $q_1 = C_1 \cdot U_{AB}$  و  $q_2 = C_2 \cdot U_{AB}$

$$q = C_1 \cdot U_{AB} + C_2 \cdot U_{AB}$$

$$q = (C_1 + C_2) U_{AB}$$

مع ومنه  $C = C_1 + C_2$  مع  $q = C \cdot U_{AB}$

❖ تعميم:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^{i=n} C_i$$

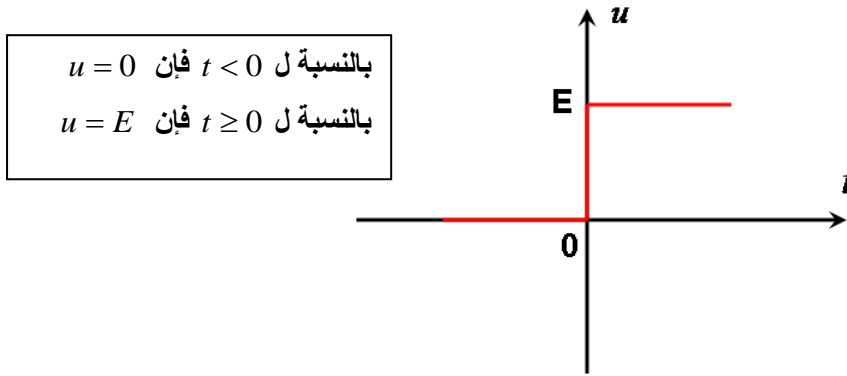
سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات على التوازي تحقق العلاقة :

❖ فائدة التركيب على التوازي :

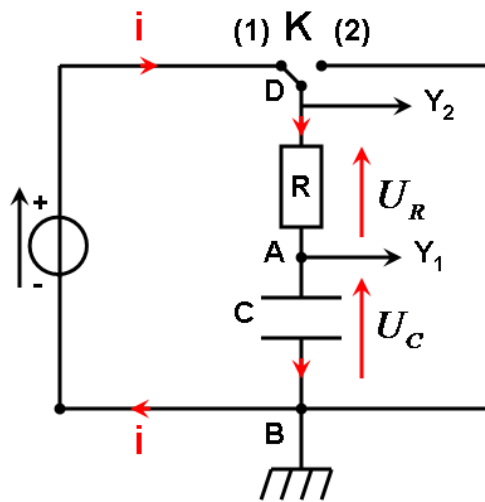
يستعمل هذا التركيب من لتكبير السعة و يُمكن بتطبيق توتر ضعيف من الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة.

❖ تطبيق:III - استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:1 - استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر:

✓ ثنائي القطب RC : يتكون ثنائي القطب RC من مكثف سعته C و موصل أومي مقاومته R مركبين على التوالي.

❖ رتبة صاعدة للتوتر:A - المعادلة التفاضلية:

ننجز التركيب الكهربائي التالي :



- قبل غلق الدارة يكون المكثف غير مشحون .

- نغلق الدارة في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ  $t = 0$  ,  $u(t = 0) = 0$ حسب قانون إضافية التوترات  $E = u_R + u_C$ و لدينا حسب قانون أوم :  $u_R(t) = R.i(t)$

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} \text{ و } i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \text{ مع } q(t) = C \cdot u_C(t) \text{ ومنه}$$

$$u_R = R \cdot C \frac{dq(t)}{dt} \text{ وبالتالي :}$$

$$E = R \cdot C \frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$\tau = R \cdot C \text{ مع } \tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E \text{ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف :}$$

$$\tau \cdot \frac{dq}{dt} + q = C \cdot E \text{ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :}$$

### ب - حل معادلة التفاضلية :

$$u_C(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B \text{ يكتب حل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى كالتالي :}$$

مع A و B و  $\alpha$  ثوابت يتم تحديدها :

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} \text{ اشتقاق حل المعادلة :}$$

$$-\tau \cdot \alpha \cdot A e^{-\alpha \cdot t} + A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B = E \text{ نعوض في المعادلة :}$$

$$A \cdot e^{-\alpha \cdot t} (1 - \tau \cdot \alpha) = E - B$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما تكن  $t$  يجب أن يكون المعامل  $e^{-\alpha \cdot t}$  منعدم و  $A \neq 0$

$$1 - \tau \cdot \alpha = 0 \text{ و } E - B = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \text{ و } E = B$$

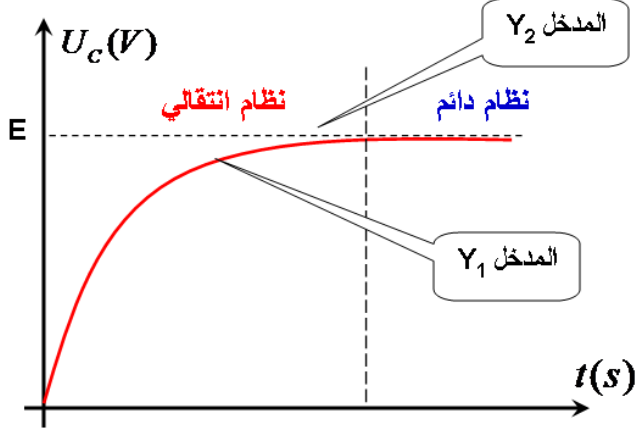
$$u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E \text{ وبالتالي :}$$

$$u_C(t=0) = A + E = 0 \text{ نحدد A بالاعتماد على الشروط البدئية :}$$

$$A = -E \text{ ومنه فإن :}$$

$$u_C(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E \text{ وبالتالي :}$$

$$u_C(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ تعبير التوتر } u_C(t) \text{ :}$$



$$u_C(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\begin{cases} u_C(t=0) = 0 \\ u_C(t \rightarrow \infty) = E \end{cases}$$

يبرز منحنى تغيرات  $u_C(t)$  وجود نظامين :

- نظام انتقالي : تتغير خلال  $u_C(t)$  مع الزمن.

- نظام دائم : تأخذ خلاله  $u_C(t)$  قيمة ثابتة E .

**ج - ثابتة الزمن  $\tau = R.C$  :**

تحليل بعد ثابتة الزمن  $\tau$  :

$$[R] = \frac{[U]}{I}$$

$$u = R.i$$

$$[C] = \frac{[I][t]}{[U]}$$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{CU}{t}$$

$$[\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[I][t]}{[U]}$$

$$[\tau] = [t]$$

إذن المقدار  $\tau$  له بعد زمني

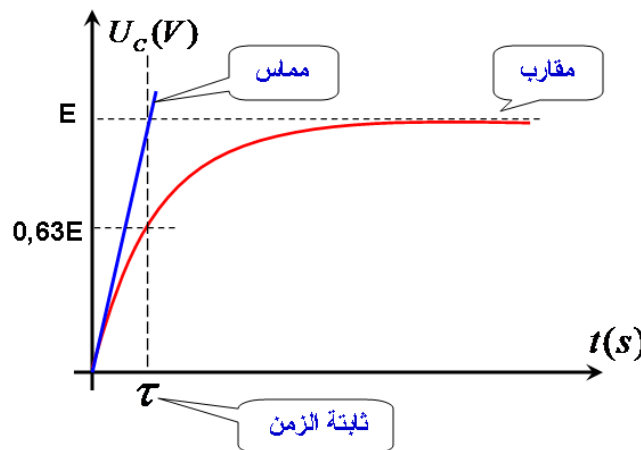
❖ **طريقة تحديد ثابتة الزمن  $\tau$  :**

يمكن تحديد ثابتة الزمن بأحد الطرق التالية :

- بالحساب بالاعتماد على العلاقة التالية  $\tau = R.C$

-  $\tau$  هي أفصول تقاطع مماس المنحنى  $u_C = f(t)$  و المقارب  $u_C = E$  عند اللحظة  $t = 0$ .

-  $\tau$  هي الأفصول الذي يوافق الأرتوب  $u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$



د - تعبير شدة التيار المار في الدارة R.C :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad \text{لدينا :}$$

$$\tau = R.C \quad \text{و} \quad u_c(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{بما أن :}$$

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} = C.E \left( 0 - \left( -\frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right)$$

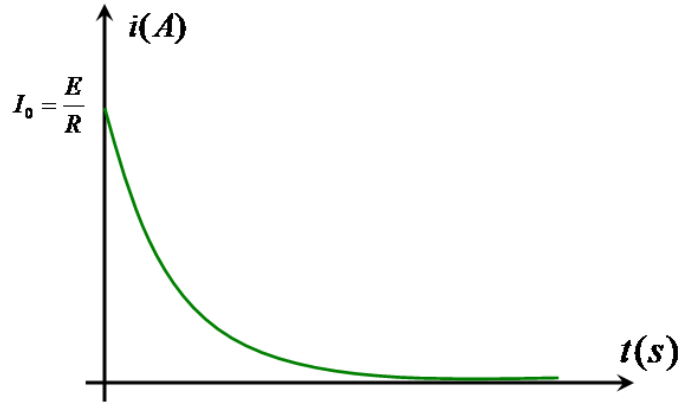
$$i(t) = \frac{C.E}{R.C} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

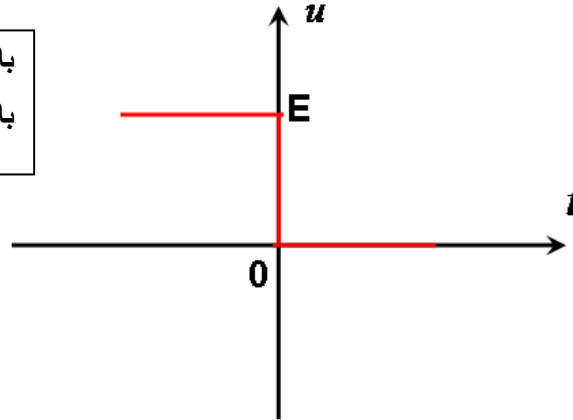
 $\Leftrightarrow$ 

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

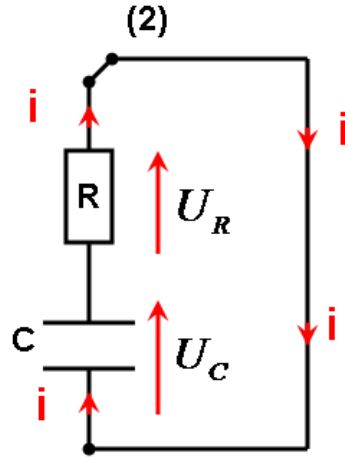
$$\text{مع} \quad I_0 = \frac{E}{R}$$

1 - استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر :

❖ رتبة صاعدة للتوتر :

بالنسبة ل  $t < 0$  فإن  $u = E$ بالنسبة ل  $t \geq 0$  فإن  $u = 0$ أ - المعادلة التفاضلية :نؤرجح قاطع في الموضع (2) عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ في هذه الحالة يكون المكثف مشحونا بدنيا  $u_c(t=0) = E$  :





حسب قانون إضافية التوترات :  $u_C + u_R = u = 0$

و حسب قانون أوم : لدينا  $u_R = R.i(t)$  و  $i(t) = \frac{dq(t)}{dq} = C \frac{du_C}{dt}$

$$u_C + R.C \frac{du_C}{dt} = 0 \quad \text{ومهن :}$$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي بين مربطي المكثف :  $\tau \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$  مع  $\tau = R.C$

### ب - حل المعادلة التفاضلية :

يكتب حل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى كالتالي :  $u_C(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$

مع A و B و  $\alpha$  ثوابت يتم تحديدها :

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha.e^{-\alpha.t} \quad \text{اشتقاق حل المعادلة :}$$

$$-\tau.\alpha.e^{-\alpha.t} + A.e^{-\alpha.t} + B = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة :}$$

$$A.e^{-\alpha.t} (1 - \tau.\alpha) = E - B$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما تكن  $t$  يجب أن يكون المعامل  $e^{-\alpha.t}$  منعدم و  $A \neq 0$

$$1 - \tau.\alpha = 0 \quad \text{و} \quad B = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \quad \text{و} \quad B = 0$$

$$u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{و بالتالي :}$$

$$u_C(t=0) = E = A.e^0 = A \quad \text{نحدد A بالاعتماد على الشروط البدنية :}$$

$$A = E \quad \text{ومنه فإن :}$$

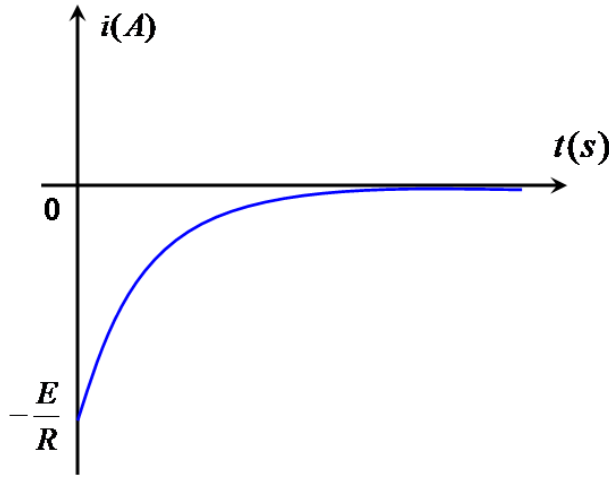
$$\tau = R.C \quad \text{مع} \quad u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{تعبير التوتر } u_C(t) :$$

❖ طريقة تحديد ثابتة الزمن  $\tau$  :- بالحساب بالاعتماد على العلاقة التالية  $\tau = R.C$ -  $\tau$  هي أفصول تقاطع المماس للمنحنى  $u_C = f(t)$  مع مرور الأفصول عند اللحظة  $t = 0$ .-  $\tau$  هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب  $u_C(t) = 0,37E$ ج - تعبير شدة تيار التفريغ :

$$u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{لدينا :}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{C.E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{C.E}{R.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

❖ ملحوظة :كلما كانت  $\tau$  صغيرة كلما كان تفريغ المكثف أسرع و العكس صحيح.IV - الطاقة المخزونة في المكثف :لدينا القدرة الكهربائية :  $P = u_C.i$ 

$$\text{و لدينا : } i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$P = C.u_C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$P = \frac{d}{dt} \left( \frac{C}{2} . u_C^2 \right)$$

و نعلم أن القدرة هي مشتقة الطاقة  $E_e$  التي يكتسبها بالنسبة للزمن  $t$  :  $P = \frac{dE_e}{dt}$

$$E_e = \frac{1}{2} C . u_C^2 + cte$$

ومنه فإن :

باعتبار  $E_e(u_C = 0) = 0$  ندما يكون المكثف غير مشحون عنده  $u_C(t = 0) = 0$  فإن :  $cte = 0$

عندما تتناسب الطاقة المخزونة في مكثف سعته مع مربع التوتر  $u_c$  بين مرابطيه :

$$(J) \leftarrow E_e = \frac{1}{2} C u_c^2 \rightarrow (V)$$

↓  
(F)

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q u_c^2$$