

1- المكثف – Le condensateur

تعريف، الرمز الاصطلاحي للمكثف

تعريف : يتكون المكثف من موصلين أو لبوسين (Armatures) يفصل بينهما عازل استقطابي (diélectrique).
الرمز الاصطلاحي لمكثف :



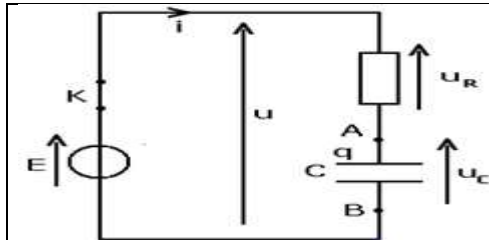
كل مكثف يتميزه مقدار يسمى سعة المكثف و نرسم لها ب C و حدثها في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد F

شحنة المكثف	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار.	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار.	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار.
نسمة شحنة المكثف ، كمية الكهرباء q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه . لتكن q_A شحنة اللبوس A ، ($q_A > 0$) و q_B شحنة اللبوس B ، ($q_B < 0$) ، في هذه الحالة : $q = q_A = -q_B$	شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحن الكهربائي ، و كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن $i = \frac{dq_A}{dt}$ "	تناسب شحنة المكثف اطرادا مع التوتر بين مربطيه $q(t) = C.U_C(t)$ حيث C سعة المكثف	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار. $i = \frac{dq_A}{dt}$ العلاقة بين الشحنة و التوتر $q(t) = C.U_C(t)$ العلاقة بين التوتر و شدة التيار. $i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt}$

2 - تعبير الطاقة المخزونة في المكثف

القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف المكثف هي : $P = u_C(t) \cdot i(t)$ و $dE_e = P dt$ اذن $dE_e = u_C(t) \cdot i(t) dt$
بما ان $i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ فان $dE_e = C \cdot u_C \cdot du_C$
و هكذا :
 $dE_e = d\left(\frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + k\right)$
أي أن تعبير الطاقة المخزونة بالمكثف هي : $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + k$. E_e تمثل الطاقة البدئية بالمكثف عند ($t=0$) ، يكون المكثف غير مشحون و بالتالي $E_e(t=0) = 0$ و $u_C(t=0) = 0$ أي أن $k=0$.
 $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$.

3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر



1-3 المعادلة التفاضلية للدارة

- قبل غلق الدارة $u_C = 0$ (المكثف مفرغ).

- عند لحظة $t = 0$ نغلق الدارة .

حسب قانون إضافية التوترات نكتب :

$$u(t) = E \quad \text{مع} \quad u(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

$$\text{حسب قانون أوم} \quad u_R(t) = R \cdot i(t) \quad \text{مع} \quad i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$R C \cdot \frac{d u_C}{d t} + u_C = E \quad \text{و هكذا نجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر} \quad u_C(t) \quad \text{بين مربطي مكثف:}$$

2-3 تعبير التوتر $U_C(t)$

حل هذه المعادلة التفاضلية، على شكل : $u_C(t) = A \cdot e^{-k \cdot t} + B$ و A و B و k ثوابت .

نحدد B: المشتقة الأولى ل $u_C(t)$ هي : $\frac{d u_C}{d t} = -k \cdot A \cdot e^{-k \cdot t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau k \cdot A \cdot e^{-k \cdot t} + A \cdot e^{-k \cdot t} + B = E$ أي أن :

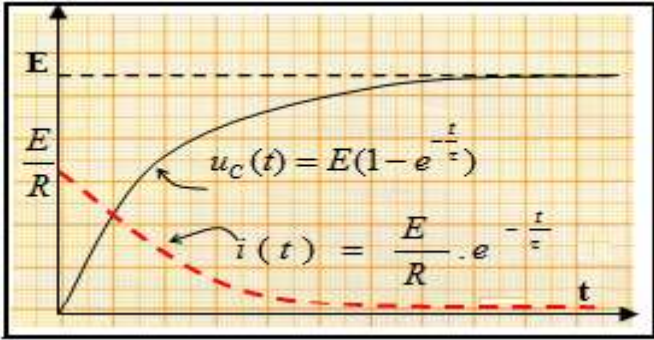
لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت t ($\forall t$) يجب أن يكون $(1 - k \cdot \tau) = 0$ أي : $k = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R C}$ و $B = E$ و $\tau = R \cdot C$

و هكذا : $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{R C}} + E$

نحدد A: عند الشروط البدئية ، أي عند ($t = 0$) المكثف مفرغ بدئيا : $u_C(t = 0) = A + E = 0$ و منه $A = -E$.

بالتالي : $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{R C}}) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

<p>+ معادلة الأبعاد للجداء $R.C$: $[\tau] = [R].[C]$ و هكذا : $[R].[C] = [t]$ المقدار $\tau = R.C$ له بعد زمن ، نسميه ثابتة الزمن</p>	<p>- بعد R ، $[R]$: حسب قانون أوم : $[R] = \frac{[U]}{[I]} \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$</p>	<p>- بعد C ، $[C]$: بالنسبة للمكثف : $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]} \Leftrightarrow i = C. \frac{du_C}{dt}$</p>
--	--	--



3-3- تعبير شدة التيار الكهربائي المار في الدارة :

من العلاقة $i(t) = \frac{dq}{dt} = C. \frac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ و $(\tau = R.C)$

نجد : $i(t) = C.E \left[0 - \left(-\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \right] = E.C. \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$

ومنه $i(t) = \frac{E}{R} . e^{-\frac{t}{\tau}}$

تحدد τ ثابتة الزمن بالطرق التالية

- * المستقيم المماس عند $t=0$ حيث نقطة تقاطع المماس مع محور الافاصيل يمثل τ
- * المقدار عند اللحظة $t=\tau$ حيث نسقط الكمية $U_C(\tau)=0,63.E$
- * بتحديد زمن النصف $t_{1/2}$ حيث نستعين بالعلاقة $t_{1/2}=\tau.Ln(2)$

3: استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر

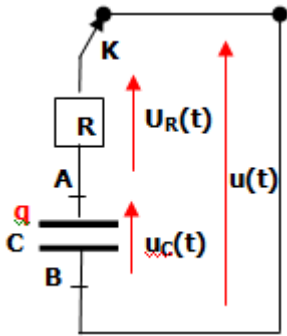
1-3- المعادلة التفاضلية:

- في لحظة $t=0$ ، نضع قاطع التيار K في الموضع (2) ، حيث المكثف مشحون أي : $u_C(0) = E$.
 حسب قانون إضافة التوترات نكتب : $u_C(t) + u_R(t) = u(t) = 0$

مع $u_R(t) = R.i(t)$ و $i(t) = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_C(t) \Leftrightarrow u_R(t) = R.C \frac{du_C}{dt}$

وبالتالي : $u_C(t) + \tau. \frac{du_C(t)}{dt} = 0$ مع $(\tau = R.C)$

" المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي مكثف خلال تفريغه في موصل أومي "



2-3- تعبير التوتر بين مربطي المكثف

تعبير التوتر بين مربطي المكثف حل المعادلة التفاضلية و يكتب على شكل : $u_C(t) = A.e^{-k.t} + B$ مع A و B و k ثابت.

نعوض في المعادلة التفاضلية : $\frac{du_C}{dt} = -k.Ae^{-k.t}$

$$\begin{cases} -R.C.k.Ae^{-k.t} + Ae^{-k.t} + B = 0 \\ Ae^{-k.t}(1 - R.C.k) + B = 0 \end{cases}$$

تتحقق هذه المعادلة ، يوافق $1 - R.C.k = 0$ أي أن : $k = \frac{1}{R.C} = \frac{1}{\tau}$ ، و بالتالي :

$B = 0$

عند $(t=0)$: $u_C(0) = E = Ae^0$ أي أن : $A = E$

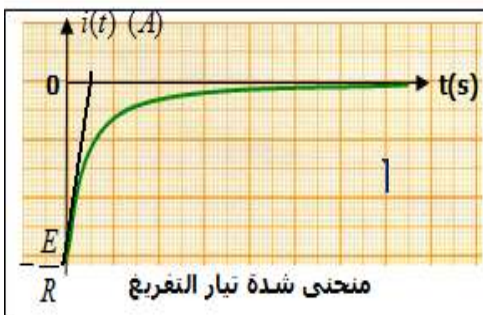
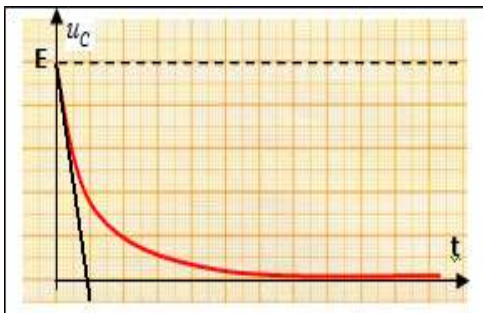
وهكذا : $u_C(t) = E . e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau = R.C$

3-3- تعبير شدة تيار التفريغ :

لدينا $i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ و هكذا :

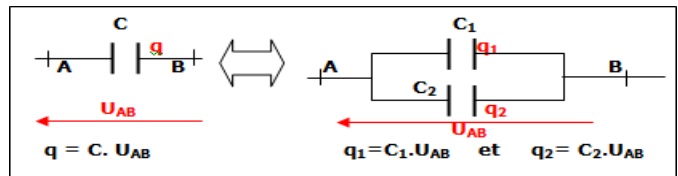
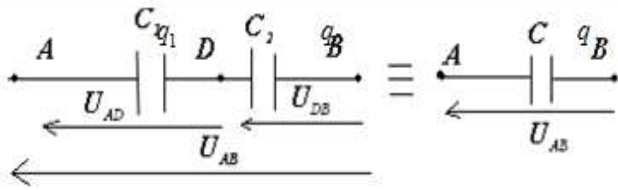
$$i(t) = -\frac{E}{\tau} C . e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

الإشارة - تدل على ان المكثف يلعب دور المولد في الدارة لكن منحنى التيار ليس في منحا الحقيقي



التجميع على التوالي:

التجميع على التوازي:



$$q = q_1 = q_2$$

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{و بالتالي:}$$

تعميم: سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوالي .

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i} \quad \text{كل مكثف إذا استعمل لوحده}$$

هذا التركيب يُضَعِّفُ السعة

: الشحنة الكلية للمكثف : q

$$q = q_1 + q_2$$

$$C.U_{AB} = C_1.U_{AB} + C_2.U_{AB}$$

$$C = C_1 + C_2 \quad \text{و بالتالي:}$$

تعميم: سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوازي .

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

هذا التركيب يرفع السعة