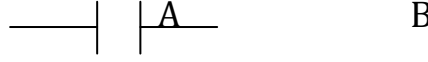


ثنائي القطب RC

1- المكثف:

1-1 تعريف:

يتكون المكثف من موصلين كهربائيين يفصل بينهما جسم عازل يسمى العازل الاستقطابي، نسمي كل موصل باللبوس .
يرمز للمكثف كالتالي :



2-1 شحن وتفريغ المكثف :

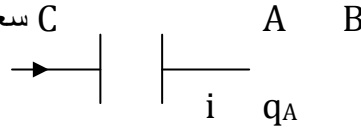
عندما نطبق توترا $U_{AB} > 0$ بين مربطي مكثف فانه يشحن بحيث تكون الشحنة المرتبطة باللبوس A موجبة $q_A > 0$ وتكون الشحنة المرتبطة باللبوس B سالبة $q_B < 0$ مع $q_B = -q_A$ و $q_A = -q_B$ ،

3-1 العلاقة بين الشحنة والتوتر السعة:

تناسب الشحنة q_A للمكثف مع التوتر U_{AB} بين مربطيه يرمز لمعامل التناسب بالحرف C ،يسمى سعة المكثف ، وحدته الفاراد (F) . نكتب: $q_A = C \cdot U_{AB}$ حيث: q_A شحنة المكثف ب (C)

U_{AB} التوتر بين مربطي المكثف ب (v)

C سعة المكثف ب (F)



أجزاء الفاراد:

$$1\text{mF} = 10^{-3}\text{F}$$

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$$

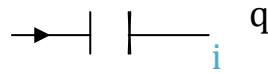
$$1\text{nF} = 10^{-9}\text{F}$$

4-1 العلاقة بين الشحنة q وشدة التيار i :

تساوي شدة التيار الكهربائي i الذي يصل الى لبوس المكثف الحامل للشحنة q ، مشتقة هذه الشحنة بالنسبة للزمن . نكتب:

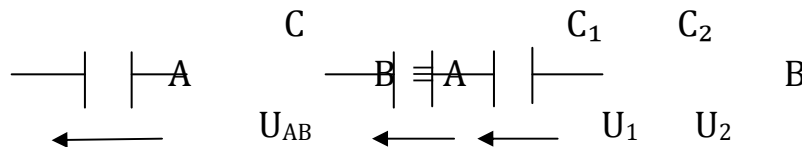
$$\left. \begin{array}{l} i = \frac{dq}{dt} \\ \text{A) شدة التيار } i \text{ ب} \\ \text{B) شحنة اللبوس الذي يتجه نحوه السهم الموجه للدائرة ب (C) .} \\ \text{C) الزمن ب (s) .} \end{array} \right\}$$

- أثناء شحن المكثف : تكون $i = \frac{dq}{dt} > 0$ أي أن التغير dq للشحنة المتراكمة على اللبوس A الذي يتوجه نحوه التيار ، يكون موجبا $dq > 0$.
- أثناء تفريغ المكثف : تكون $i < 0$ أي أن الشحنة المتراكمة على اللبوس A تتغير خلال المدة dt ، بحيث تتناقص بالقيمة $dq < 0$



5-1 تجميع المكثفات:

✓ التجميع على التوالي

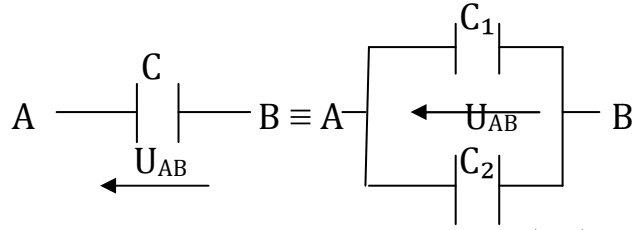


المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوالي سعتهما C_1 و C_2 مكثف سعته C تحقق العلاقة التالية:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

الفائدة من التركيب على التوالي هو التمكن من تطبيق توتر مرتفع لا يمكن لمكثف واحد تحمله لوحده.

✓ التجميع على التوازي:



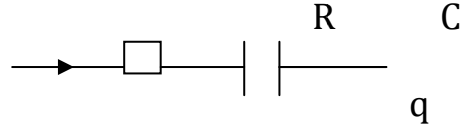
المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوازي سعتهما C_1 و C_2 مكثف سعته C تحقق العلاقة :

$$C = \sum C_i = C_1 + C_2$$

الفائدة من التركيب على التوازي هو الرفع من السعة وبالتالي تخزين كمية كهرباء أكبر.

2- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

نسمي ثنائي القطب RC التركيب على التوالي لمكثف سعته C وموصل أومي مقاومته R .

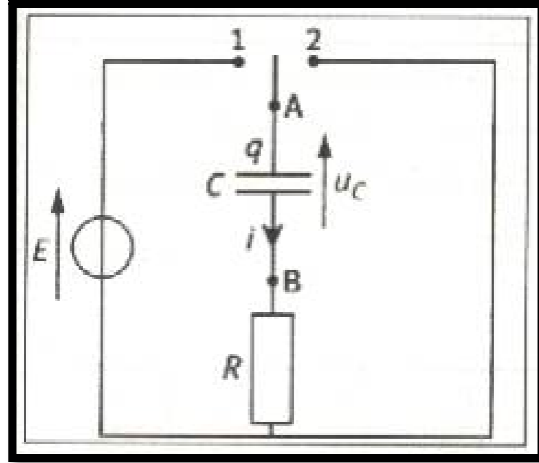


رتبة التوتر:

يكون ثنائي القطب خاضع لرتبة توتر اذا تغير التوتر تغير فجأة بين القيمة صفر و القيمة E .

1-2 استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر :

تكون رتبة صاعدة للتوتر اذا تغيرت قيمة التوتر من القيمة 0 الى القيمة E . قاطع التيار في الموضع (1).
عندما تكون $t < 0$ تكون $U = 0$ وعندما تكون $t > 0$ تكون $U = E$. (قاطع التيار في الموضع 1)



المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين مربطي المكثف :

نوجه الدارة أولا بحيث نختار منحى موجبا لمنحى التيار الكهربائي هو منحى E .
نطبق قانون اضافية التوترات :

$$(1) E = U_R + U_C$$

لدينا : $U_R = Ri$ ولدين أيضا : $i = \frac{dq}{dt}$

بما أن $q = CU_C$ فان : $i = \frac{dCU_C}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$

المعادلة (1) تكتب :

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

ب- حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي : $U_C = Ae^{-Kt} + B$ مع A و B و K ثوابت

نعوض تعبير U_C و $\frac{dU_C}{dt}$ بتعبيرهما في المعادلة التفاضلية .

حيث $\frac{dU_C}{dt}$ مشتقة الدالة U_C بالنسبة للزمن .

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{d(Ae^{-Kt})}{dt} = A \frac{de^{-Kt}}{dt} = -Ake^{-Kt}$$

المعادلة التفاضلية نكتب:

$$-RCkAe^{-kt} + Ae^{-Kt} + B = E$$

$$Ae^{-Kt}(1 - RCk) = E - B$$

$$\begin{cases} B=E \\ k=\frac{1}{RC} \end{cases} \Leftrightarrow$$

لكي تتحقق هذه المتساوية ايا كانت قيمة t ، اذن: $E-B=0$ و $1-RCk=0$
 نسمي المقدار RC بثابتة الزمن نرسم له ب τ نكتب: $\tau = RC$

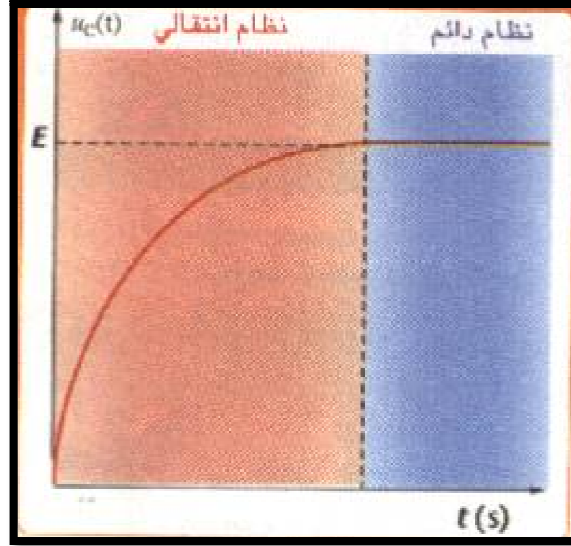
يصبح حل المعادلة التفاضلية: $U_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$
 لتحديد A نستعمل الشروط البدئية:

عند $t=0$ لدينا $U_c=0$ اذن: $A+E=0$ أي $A=-E$
 حل المعادلة التفاضلية هو:

$$U_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

يبرز المنحنى الممثل للدالة $U_c=f(t)$ وجود نظامين:

- النظام الانتقالي: تتغير U_c من E .
- النظام الدائم: تستقر U_c عند القيمة E .



ج- معادلة الأبعد τ :

$$\tau = RC$$

لدينا: $U=RI$ أي $R=\frac{U}{I}$ وبالتالي: $[R]=\frac{[U]}{[I]}$

لدينا: $q=CU$ و $i=\frac{dq}{dt}$ أي $i=C\frac{dU}{dt}$

ومنه $C=\frac{i}{\frac{dU}{dt}}$ وبالتالي: $[C]=\frac{[i].[t]}{[U]}$

$$[\tau]=\frac{[U]}{[i]} \cdot \frac{[i].[t]}{[U]} = [t]$$

اذن ل τ بعد زمني لذلك تسمى ثابتة الزمن.

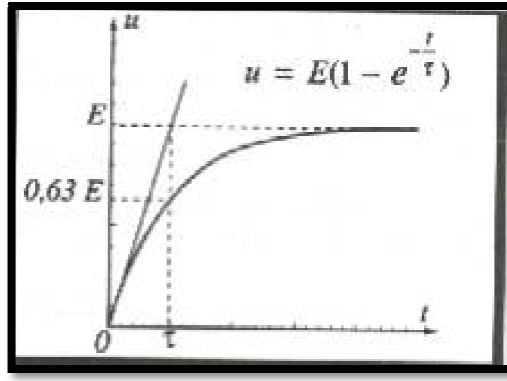
د- تحديد قيمة τ :

➤ تحدد τ بحساب الجداء RC .

➤ يمكن تحديد τ مبيانياً:

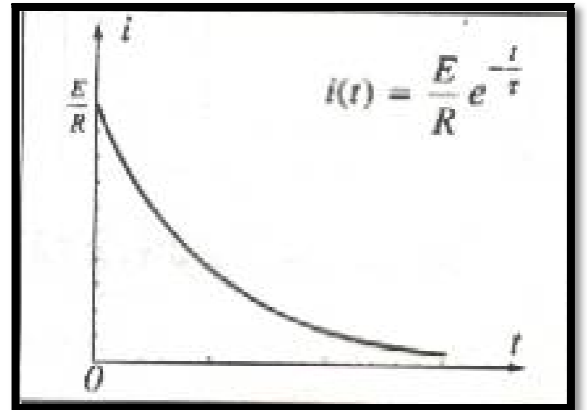
➤ قيمة τ هي الأفصول الموافق لقيمة الأرتوب $U_c(\tau)=E(1-e^{-1})=0,63E$

➤ قيمة τ هي قيمة أفصول نقطة تقاطع مماس المنحنى $U_c=f(t)$ عند $t=0$ والمقرب الأفقي $U_c=E$



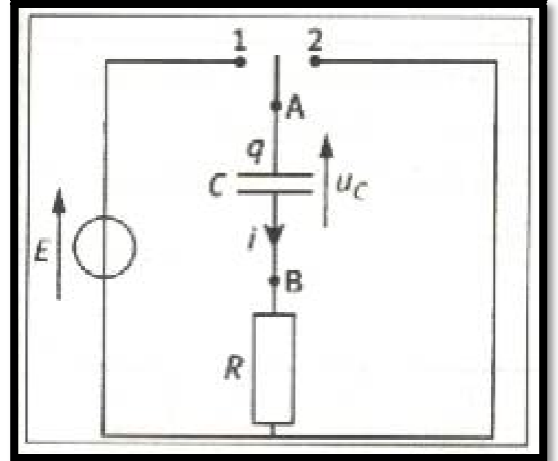
ه- تعبير شدة التيار المار في الدارة أثناء الشحن :

$$i = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \leftarrow i = C \frac{dU}{dt} \leftarrow i = \frac{dq}{dt}$$



2-2 استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة :

تكون رتبة نازلة للتوتر اذا كان التوتر : $U=E$ عند $t < 0$ و $U=0$ عند $t > 0$



عند فتح قاطع التيار في الدارة يتغير التوتر من القيمة $U=E$ الى $U=0$.
أ- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C أثناء تفريغ المكثف .

$$U_R + U_C = 0$$

$$Ri + U_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \text{ مع}$$

$$\text{اذن: } RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$$

نعوض τ ب RC نستنتج: $\left[\frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \right]$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين مربطي المكثف أثناء تفريغه .

ب- حل المعادلة التفاضلية :

يكتب الحل على الشكل : $Uc = A'e^{-k't} + B'$
تحديد الثوابت A' و B' و k' .

+ نشتق تعبير Uc بالنسبة للزمن . $\frac{dUc}{dt} = -A'k'e^{-k't}$

++ نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau A'k'e^{-k't} + A'e^{-k't} + B' = 0$
 $A'e^{-k't}(1 - \tau k') + B' = 0$

$Uc = A'e^{-t/\tau}$: اذن المعادلة تكتب : $k' = \frac{1}{\tau}$ و $B' = 0$

+++ لتحديد B' نستعمل الشروط البدئية :

عند $t=0$ يكون $Uc=E$ ومنه $Uc = Ee^{-t/\tau}$

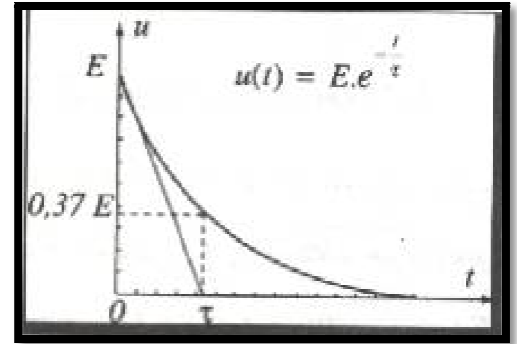
ج- منحنى تغيرات Uc بدلالة الزمن :

يبرز المنحنى وجود نظامين :

➤ نظام انتقالي : يتناقص Uc من E الى 0 .

➤ نظام دائم : تستقر Uc عند القيمة 0 .

د- تعيين ثابتة الزمن τ :



حسابيا $\tau = RC$ باستعمال العلاقة

مبيانيا :

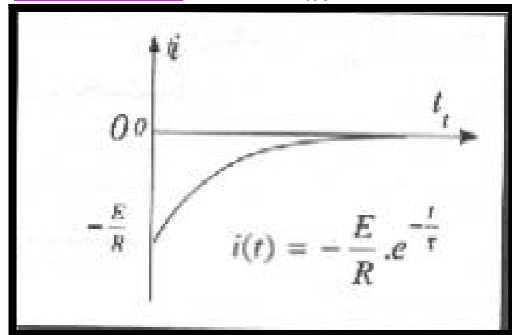
✓ τ هي الأفصول الموافق للأرتوب $Uc(\tau) = Ee^{-1} = 0,37E$

✓ τ هي أفصول تقاطع مماس المنحنى $Uc=f(t)$ عند $t=0$ مع محور الأفاصيل .

ه- تعبير شدة التيار أثناء تفريغ المكثف عبر موصل أومي :

لدينا : $i = \frac{dq}{dt} = c \frac{dUc}{dt}$ مع $Uc = Ee^{-t/\tau}$

اذن : $i = C \frac{d}{dt} (Ee^{-t/\tau})$ أي $i = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}$



3-2 الطاقة المخزونة في المكثف :

تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$

بما أن $q = CU$ فان $E = \frac{1}{2} \frac{(CU)^2}{C}$ اذن : $E = \frac{1}{2} CU^2$
وحدة الطاقة الجول J .