

ثنائي القصب RL

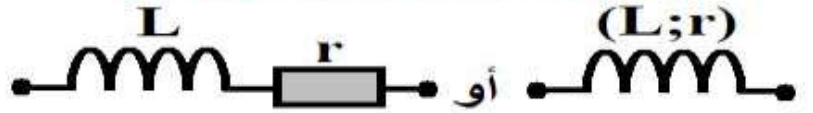
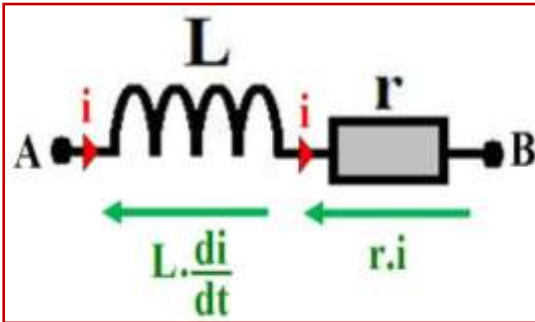
الدرس السابع

Le dipôles RL

1. الوشية bobine la
1. تعريف الوشية:

الوشية ثنائي قطب يتكون أساسا من سلك موصل (نحاس)، ملفوف حول أسطوانة عازلة، كما أن هذه اللفات غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل كهربائيا. وتوجد الوشية في أشكال و أحجام مختلفة حسب الاستعمال، و يرمز لها في الاصطلاح كما هو مبين في الصورة أسفله. حيث r المقاومة الداخلية للوشية، و L معامل يميز الوشية و يسمى معامل تحريض الوشية وحدثه في النظام العالمي للوحدات هي الهنري و يرمز لها بالرمز (H).

الرمز الاصطلاحي للوشية

2. التوتر بين مربطي الوشية:

يعبر عن التوتر $u_L(t)$ بين مربطي وشية في اصطلاح المستقبل بالعلاقة التالية:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$

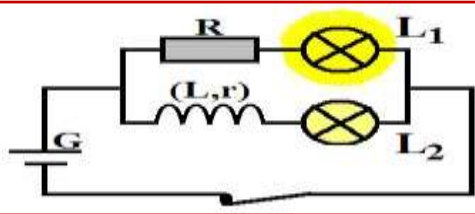
بحيث: $u_L(t)$ بالفولط (V) - i شدة التيار بالأمبير (A) - r مقاومة الوشية بالأوم (Ω) - L معامل تحريض الوشية بالهنري (H) و يتعلق بطول الوشية ومساحتها و عدد لفاتها و كذلك بطبيعة الوسط الذي توجد فيه.

● ملاحظات:

- يوافق الطرف $r \cdot i$ التوتر الناتج عن المقاومة الداخلية للوشية.
- يتعلق الطرف $L \cdot \frac{di}{dt}$ بتغيرات شدة التيار.
- عند تزايد i فإن $L \cdot \frac{di}{dt} > 0$ تتصرف الوشية كمستقبل.
- عند تناقص i فإن $L \cdot \frac{di}{dt} < 0$ تتصرف الوشية كمولد.
- في النظام المستمر (الدائم) حيث $i = cte$ أي $\frac{di}{dt} = 0$ أن يصير قانون أوم لوشية كالتالي $u_L = r \cdot i$ ، وفي هذه الحالة تتصرف الوشية كموصل أومي.
- إذا كانت المقاومة الداخلية للوشية مهملة ($r=0$) فإن الوشية تتعثر بالمثالية، فيصبح التوتر: $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$.
- إذا كان تغير شدة التيار سريعا جدا، يأخذ اشتقاق i بدلالة الزمن قيمة كبيرة جدا وبدوره التوتر بين مربطي الوشية، مما يؤدي إلى ظهور شرارات بين مربطي الوشية، و تعرف هذه الظاهرة بظاهرة فرط التوتر.

3. دور الشبعة في الدارة:

أ. نشاط تجريبي 1:



نعتبر التركيب التجريبي الممثل جانبة و المكون من مولد، وشبعة، موصل أومي، مصباحين L_1 و L_2 ، وقاطع تيار. نقوم بغلق قاطع التيار وبعد مدة قصيرة نقوم بفتحه.

1) ماذا تلاحظ؟

نلاحظ أنه عند غلق قاطع التيار k يتأخر المصباح L_2 في الإضاءة مقارنة مع المصباح L_1 .

ب. خلاصة:

مما سبق، نخلص إلى أن الوشبة تؤخر إقامة التيار الكهربائي، و عموما تقاوم الوشبة كل تغير في شدة التيار الكهربائي المار فيها.

II. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر.

- ♦ ثنائي القطب RL هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R و وشبعة معامل تحريضها L و مقاومتها الداخلية r .
- ♦ المقاومة الكلية لثنائي القطب RL هي: $R' = R + r$.

1. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة (إقامة التيار):

أ. المعادلة التفاضلية للدارة:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، نغلق قاطع التيار K إلى الموضع في لحظة $t = 0$.

حسب قانون إضافية التوترات

$$\text{لدينا: } (1) \quad u_L + u_R = E$$

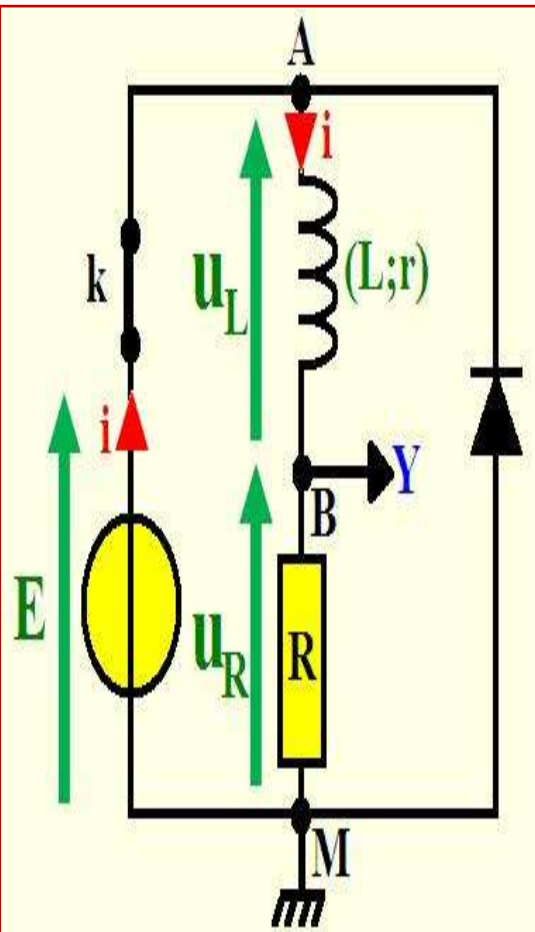
$$\text{حسب قانون أوم: } u_R = R \cdot i \quad \text{و} \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$

و بتعويض u_R و u_L بتعبيريهما في المعادلة (1) نحصل على المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ المار في دارة خاضعة لرتبة توتر صاعدة (إقامة التيار):

$$R' = R + r \quad \text{مع} \quad L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R \cdot i = E$$

$$\text{أي أن: } \frac{di}{dt} + \frac{R'}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

$$\text{بوضع } \tau = \frac{L}{R'} \quad \text{نجد: } \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i = \frac{E}{L}$$



ب. حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i = \frac{E}{L}$ يكتب على الشكل التالي: $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ بحيث A, B, α و ثوابت يجب تحديدها كما يلي:

♦ تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية:

لدينا $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ و بالاشتقاق نجد: $\frac{di}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$

و بتعويض $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ بتعبيريهما في المعادلة التفاضلية

$$\text{نجد: } -\alpha A \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} (A \cdot e^{-\alpha t} + B) = \frac{E}{L}$$

$$\text{أي: } -\alpha A \cdot e^{-\alpha t} + \frac{A \cdot e^{-\alpha t}}{\tau} + \frac{B}{\tau} - \frac{E}{L} = 0$$

$$\text{أي: } A \cdot e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right) + \frac{B}{\tau} - \frac{E}{L} = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كان t يجب أن يتحقق ما يلي: $\frac{B}{\tau} - \frac{E}{L} = 0$ أي $B = \frac{E}{R'}$

$$\text{و } -\alpha + \frac{1}{\tau} = 0 \text{ أي أن: } \alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{R'}{L}$$

♦ تحديد A باستعمال الشروط البدئية:

شدة التيار المار في الدارة دالة متصلة و بالتالي عند اللحظة $t = 0$ يكون $i(0) = 0$.

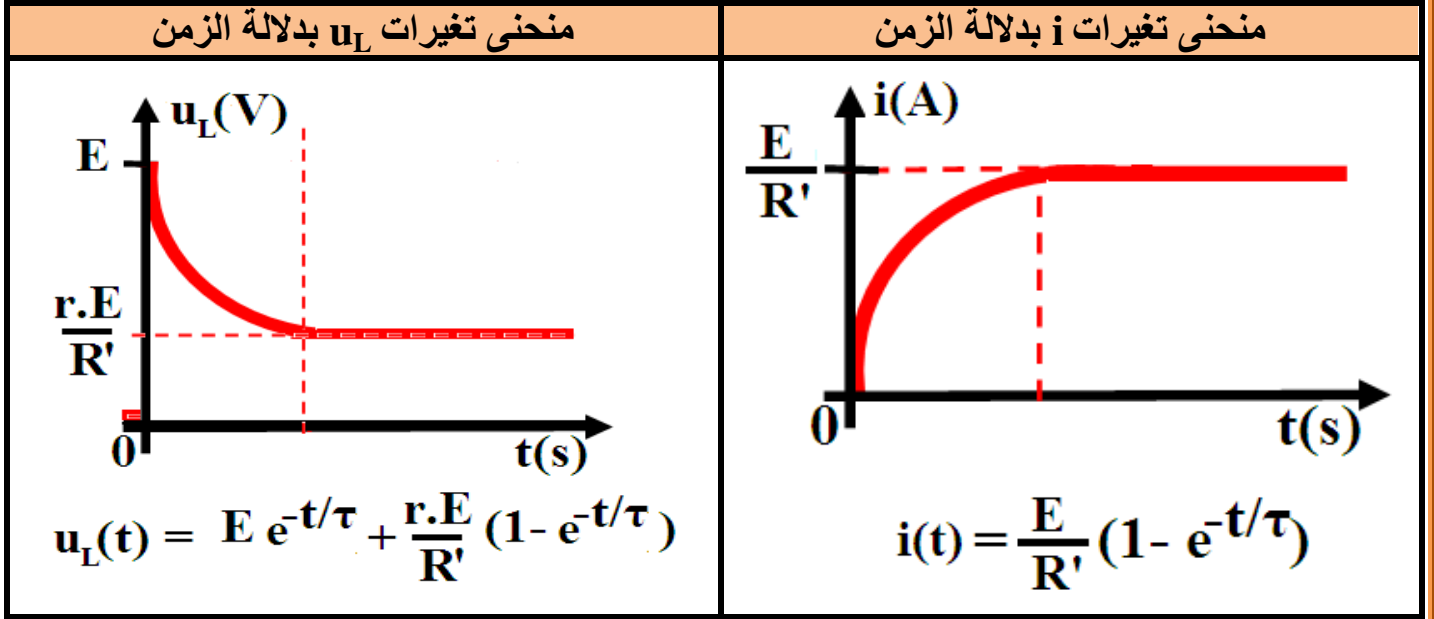
اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية و بتعويض $t = 0$ ، فنجد: $i(0) = Ae^{-\alpha \cdot 0} + \frac{E}{R'} = 0$

$$\text{أي أن: } A = -\frac{E}{R'}$$

و منه تعبير شدة التيار المار في الدارة هو:

$$i(t) = \frac{E}{R'} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Leftrightarrow i(t) = -\frac{E}{R'} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R'}$$

ج. منحنى تغيرات $i(t)$ و $u_L(t)$:

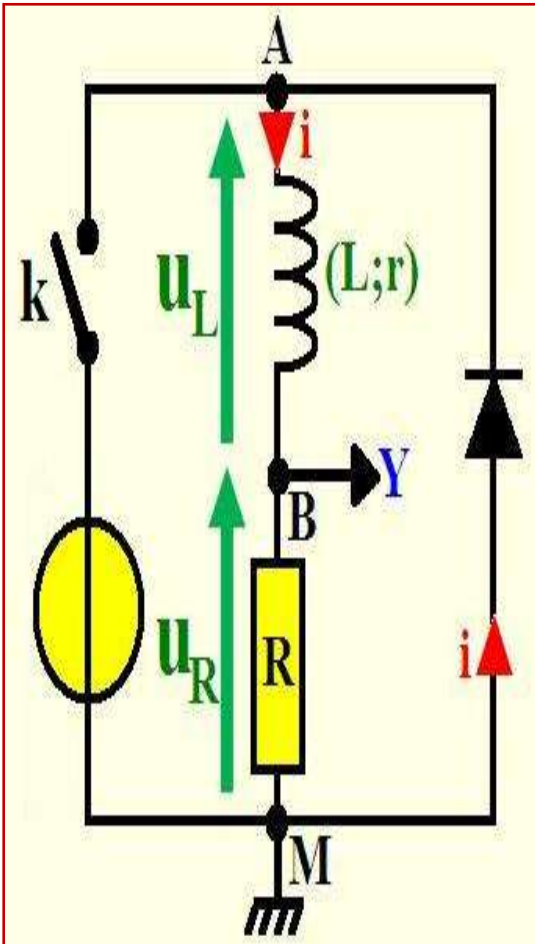


● ملاحظة:

- تبرز هذه المنحنيات وجود نظامين أساسيين:
 - ✓ نظام انتقالي: تتغير خلاله i (أو u_L) مع الزمن.
 - ✓ نظام دائم: تأخذ فيه i (أو u_L) قيمة ثابتة.

2. استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر نازلة (انقطاع التيار): أ. المعادلة التفاضلية للدارة:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، نفتح قاطع التيار K في لحظة $t = 0$.



حسب قانون إضافية التوترات

$$(1) u_L + u_R = 0 \text{ لدينا}$$

$$\text{حسب قانون أوم: } u_R = R.i \text{ و } u_L = L \frac{di}{dt} + r.i$$

و بتعويض u_L و u_R بتعبريهما في المعادلة (1) نحصل على المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ المار في دارة خاضعة لرتبة توتر نازلة (انقطاع التيار):

$$R'.i + L \frac{di}{dt} = 0 \text{ مع } R' = R + r$$

$$\text{أي أن: } \frac{di}{dt} + \frac{R'}{L} . i = 0$$

$$\text{بوضع } \tau = \frac{L}{R'} \text{ نجد: } \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} . i = 0$$

ب. حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i = 0$ يكتب على الشكل التالي: $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ بحيث A, B, α و ثوابت يجب تحديدها كما يلي:

♦ تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية:

لدينا $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ و بالاشتقاق نجد: $\frac{di}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$

و بتعويض $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ بتعبريهما في المعادلة التفاضلية

$$\text{نجد: } -\alpha A \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} (A \cdot e^{-\alpha t} + B) = 0$$

$$\text{أي: } -\alpha A \cdot e^{-\alpha t} + \frac{A \cdot e^{-\alpha t}}{\tau} + \frac{B}{\tau} = 0$$

$$\text{أي: } A \cdot e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right) + \frac{B}{\tau} = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كان t يجب أن يتحقق ما يلي: $\frac{B}{\tau} = 0$ أي $B = 0$

$$\text{و } -\alpha + \frac{1}{\tau} = 0 \text{ أي أن: } \alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{R'}{L}$$

♦ تحديد A باستعمال الشروط البدئية:

شدة التيار المار في الدارة دالة متصلة و بالتالي عند اللحظة $t = 0$ يكون $i(0) = \frac{E}{R'}$

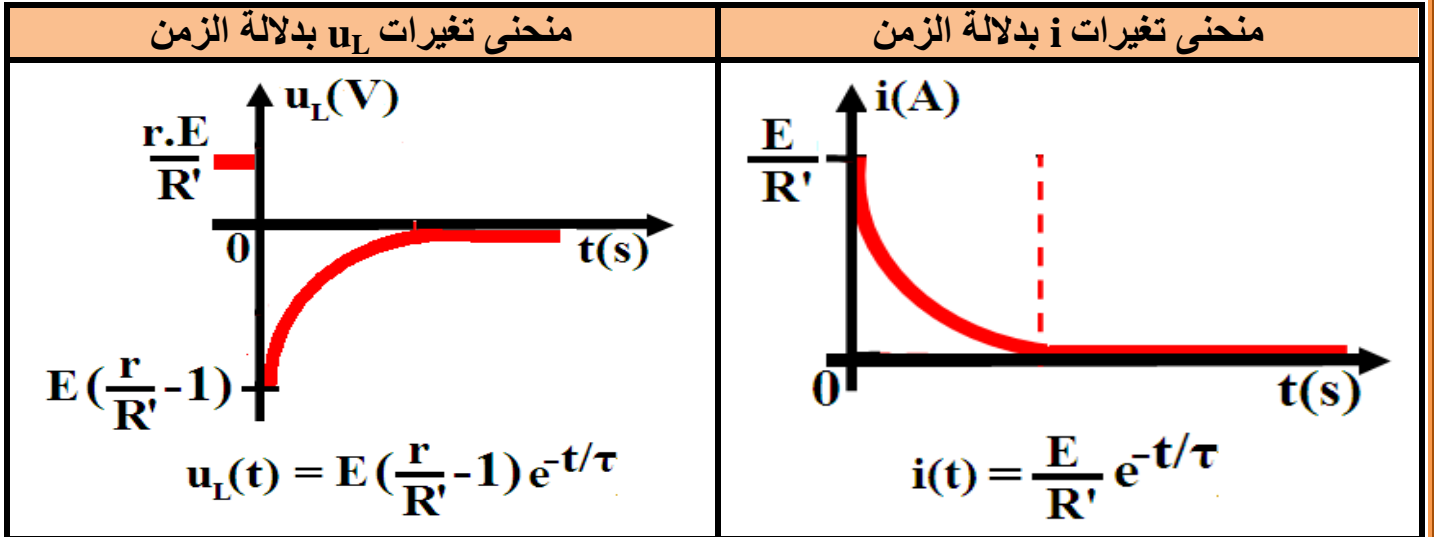
اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية و بتعويض $t = 0$ ، فنجد: $i(0) = Ae^{-\alpha \cdot 0} = \frac{E}{R'}$

$$\text{أي أن: } A = \frac{E}{R'}$$

$$i(t) = \frac{E}{R'} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ و منه تعبير شدة التيار المار في الدارة هو:}$$

تأثير القصب RL

ج. منحنى تغيرات $i(t)$ و $u_L(t)$:



3. ثابتة الزمن τ : أ. تعريف:

تعرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة التالية:

$$\tau = \frac{L}{R'}$$

ب. تحليل معادلة الأبعاد لثابتة الزمن لثنائي القطب RL:

يعرف التحليل البعدي لـ τ بتحديد وحدتها في النظام العالمي للوحدات، بحيث: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

- يعرف التوتر بين مرطبي وشيعة مقاومتها مهملة بالعلاقة التالية: $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$

أي أن: $[U] = [L] \times \frac{[I]}{[T]}$ و منه بعد L هو: $[L] = [T] \times \frac{[U]}{[I]}$ (1)

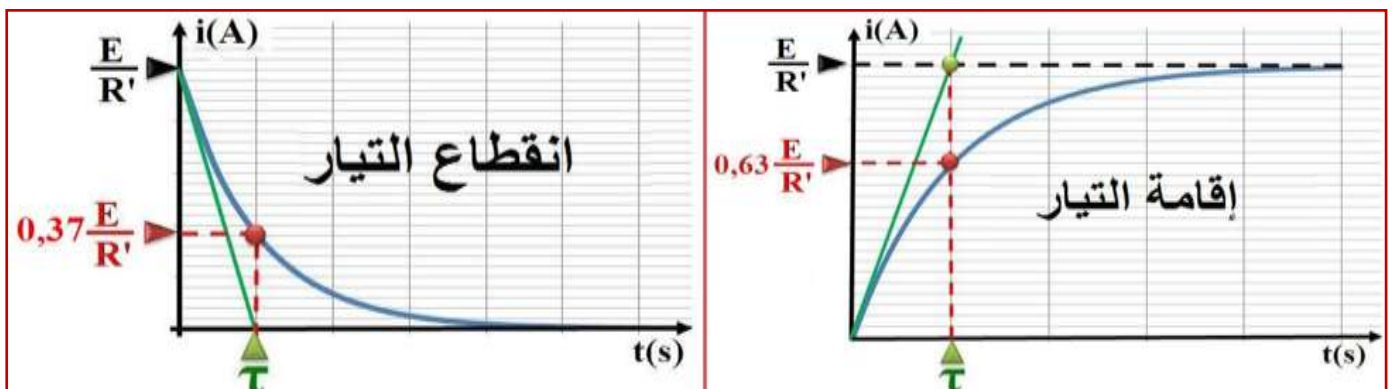
- حسب قانون أوم لدينا: $u_R = R \cdot i$ أي أن: $[U] = [R] \cdot [I]$ و منه بعد R هو: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[T] \times \frac{[U]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = [T]$

و منه فإن للمقدار $\tau = \frac{L}{R}$ بعد زمني، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الثانية (s).

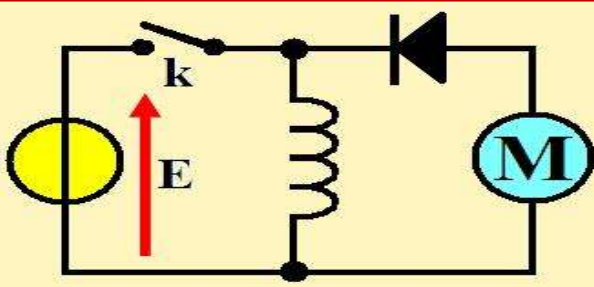
ج. طرق تحديد ثابتة الزمن τ :

(نفس الطرق المعتمدة في تحديد ثابتة الزمن لثنائي القطب RC)



III. الطاقة المخزونة في الوشاعة.

أ. نشاط تجريبي 2:



نعتبر التركيب التجريبي جانبه، و المكون من وشاعة معامل تحريضها L و محرك M ومولد G . نغلق قاطع التيار k فيمر في الوشاعة تيارا كهربائيا، في حين أن الصمام الثنائي المركب في المنحى الحاجز يمنع مرور التيار الكهربائي للمحرك، و بعد فتح قاطع التيار يشتغل المحرك لمدة زمنية.

(1) ما مصدر الطاقة التي تدير المحرك؟

مصدر الطاقة التي تدير المحرك هي الطاقة التي خزنتها الوشاعة عند إقامة التيار.

(2) كيف تتغير الطاقة المخزونة في الوشاعة عند ارتفاع قيمة L أو شدة التيار المار في الدارة؟ عند ارتفاع قيمة L أو شدة التيار المار في الدارة، تزداد الطاقة المخزونة في الوشاعة و يمكن إبرازها من خلال عدد دورات المحرك.

ب. خلاصة:

نعتبر وشاعة معامل تحريضها L يجتازها تيارا كهربائيا شدته i ، و التوتر بين مربطيهما هو u_L . القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف الوشاعة هي: $P = u_L \cdot i$

أي أن: $P = r \cdot i^2 + i \cdot L \frac{di}{dt}$ أي أن: $P = r \cdot i^2 + \frac{d(\frac{1}{2}L \cdot i^2)}{dt}$ ، بحيث أن: $r \cdot i^2$ القدرة المبددة بمفعول

جول في الوشاعة و $\frac{d(\frac{1}{2}L \cdot i^2)}{dt}$ القدرة المخزونة في الوشاعة و تسمى القدرة المغناطيسية ،

و لدينا $P = \frac{dE_m}{dt}$ ومنه نستنتج الطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشاعة التي وحدتها الجول (J) وهي كما يلي:

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$