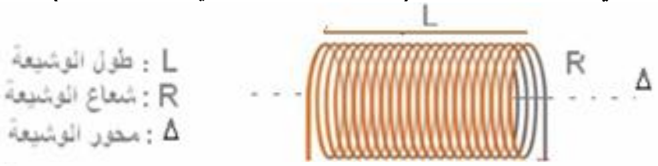
# ثنائي القطب RL

## I دور وشيعة في دارة كهربائية :

### 1) تعريف الوشيعة :

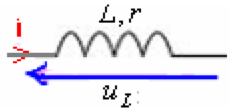
الوشيعة ثنائي قطب غير نشيط ( يلعب دور مستقبل في دارة كهربائية) ، تتكون الوشيعة من سلك موصل ملفوف بانتظام حول أسطوانة عازلة .

الأسلاك المستعملة في الوشيعة مطلية بمادة عازلة وذات مقاومة ضعيفة.




تمثل الوشيعة ذات المقاومة r ، في دارة كهربائية كما يلي: 

في أصطلاح المستقبل ، التوتر بين مربطي الوشيعة وشدة التيار الكهربائي الذي يعبرها لهما منحيان متعاكسان.




وتتميز الوشيعة بمعامل تحرضها الذاتي L الذي يعبر عنه في النظام العالمي للوحدات بالهينري : Henry الرمز المستعمل : H.

ملحوظة : معامل تحريض الوشيعة يتعلق بطولها وعدد لفاتها ومساحة مقطعها وكذلك بطبيعة الوسط الذي توجد فيه ، لذلك يزداد هذا المعامل عند إدخال نواة من الحديد المطاوع بداخل الوشيعة.

### 2) التوتر بين مربطي الوشيعة :

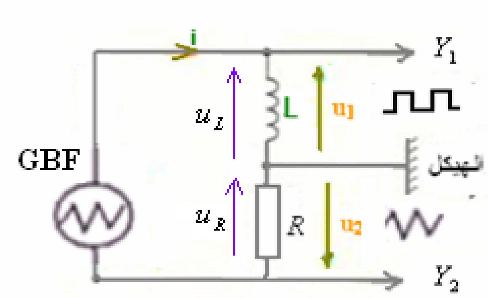
التوتر بين مربطي الوشيعة : $u_L = r.i + L.\dfrac{di}{dt}$

وفي التيار الكهربائي المستمر تكون شدة التيار $I$ ثابتة و : $\dfrac{di}{dt} = 0$ و يكون التوتر بين مربطيها : $u_L = r.I$ .

وبذلك تتصرف الوشيعة في التيار الكهربائي المستمر كموصل اومي.

### 3) الابراز التجريبي لمعامل تحريض الوشيعة :

#### أ) تجربة:



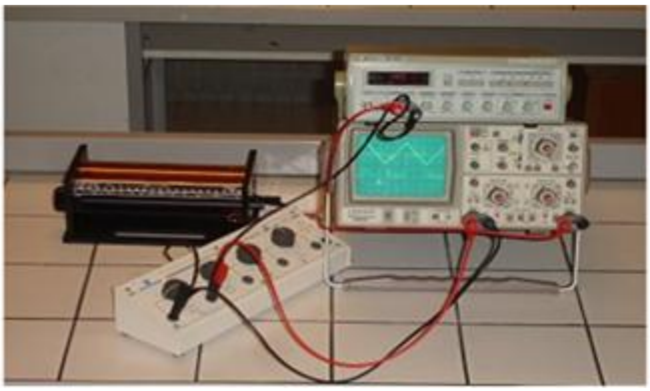

نستعمل مولدا للترددات المنخفضة GBF وننجز التركيب التالي :

الوشيعة المستعملة في هذا التركيب ذات مقاومة مهملة .

الموصل الأومي مقاومته $R = 20k\Omega$

#### ب) ملاحظات:

نعاين على شاشة راسم التذبذب التوترين $u_1$ و $u_2$ على التوالي في المدخلين $Y_1$ و $Y_2$ .



الكسح الأفقي المستعمل: $0{,}5ms/div$ . الحساسية الرأسية: بالنسبة للمدخل: Y₂ $1V/div$ وبالنسبة للمدخل: Y₁ : $0{,}05V/div$

#### ج) استثمار نتائج التجربة:

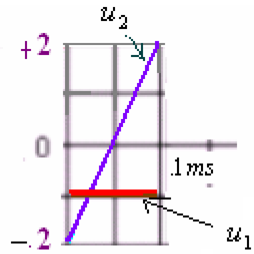
من خلال التركيب يتضح أن التوتر $u_1$ المعاين على شاشة راسم التذبذب في المدخل $Y_1$ : $u_1 = u_L = L.\dfrac{di}{dt}$ (1) لأن : $r = 0$

والتوتر $u_1$ المعاين على شاشة راسم التذبذب في المدخل $Y_2$ : $u_2 = -u_R = -R.i$ إذن : $i = -\dfrac{u_2}{R}$ ومنه : $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{du_2}{dt}$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد : $u_1 = -\dfrac{L}{R}.\dfrac{du_2}{dt}$ $\Leftarrow$ $L = \dfrac{-u_1 \times R}{\dfrac{du_2}{dt}}$

بما أن التوترين $u_1$ و $u_2$ دوريين يكفي التحقق من هذه العلاقة في المجال $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ .

الدور: $T=0,5ms/div\times 4div=2ms$ وبذلك يكون المجال $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ هو : $[0,1ms]$



في المجال $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ لدينا :
$$\frac{du_2}{dt}=\frac{\Delta u_2}{\Delta t}=\frac{u_{2max}-u_{2min}}{\frac{T}{2}-0}=\frac{(2-(-2))V}{(1-0)ms}=\frac{4V}{10^{-3}s}=4.10^3V/s$$

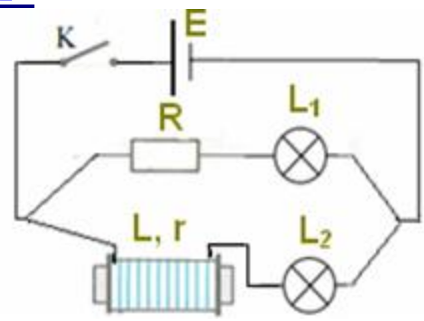
وفي نفس المجال لدينا : $u_1=-1div\times 0,05V/div=-0,05V$

$$L=\frac{-u_1\times R}{\frac{du_2}{dt}}=\frac{-(-0,05)\times 20.10^3}{4.10^3}=0,25H$$

## 4) تأثير وشيعة على مرور التيار في دارة كهربائية :

### أ) تجربة

ننجز التركيب التالي :



الموصل الاومي والوشيعة لهما نفس المقاومة $r=R$ .

المصباحان $L_1$ و $L_2$ مماثلان ( متشابهين ) .

### ب) ملاحظات وتعليل:

يتأخر في اللمعان عند غلق قاطع التيار الكهربائي ويتأخر في الانطفاء عند فتح قاطع التيارويعزى ذلك إلى المقدار $L.\frac{di}{dt}$ المصباح $L_2$ .

عند إغلاق قاطع التيار: خلال الفترة الوجيزة التي يقام فيها التيار المقدار $\frac{di}{dt}>0$ له نفس اصطلاح المستقبل ⟵ تعطل إقامة التيار في الدارة.

عند فتح قاطع التيار: خلال الفترة الوجيزة التي يتناقص فيها التيار المقدار $\frac{di}{dt}<0$ له نفس اصطلاح المولد ⟵ تعطل انقطاع التيار في الدارة.

### ج) استنتاج:

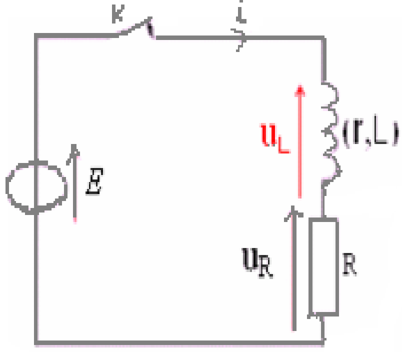
الوشيعة تقاوم إقامة أو انقطاع التيار الكهربائي في الدارة.

# II استجابة ثنائي قطب RL لرتبة توتر:

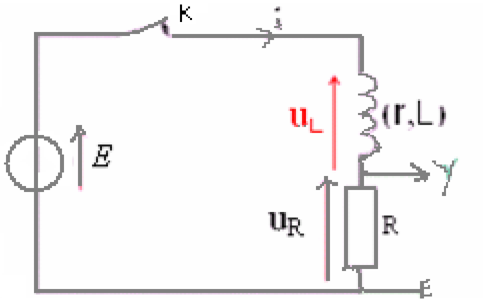
## 1) الاستجابة لرتبة صاعدة للتوتر (إقامة التيار في الدارة ):

### أ) التركيب التجريبي:

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R ووشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ، ونخضعه لرتبة صاعدة للتوتر،وذلك بإغلاق قاطع التيار عند t=0.



### ب) المعادلة التفاضلية :




بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $u_R + u_r = E$

$u_R = Ri$ و : $u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$ علاقة التوترات تصبح :

نعمل بشدة التيار : $Ri + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$ : $(R+r)i + L.\frac{di}{dt} = E$

ونضع : $R_T = r + R$ $\Leftarrow$ $R_T.i + L.\frac{di}{dt} = E$ التي تصبح بعد

قسمة الكل على $R_T$ : $\frac{L}{R_T}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$ نضع : $\boxed{\tau = \frac{L}{R_T}}$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RL

وبذلك المعادلة التفاضلية $\boxed{\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}}$ وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي في الدارة.

## ت) حل المعادلة التفاضلية:

(1) عبارة عن دالة أسية تكتب على النحو التالي: $\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$ حل المعادلة التفاضلية: $i_{(t)} = Ae^{-m.t} + B$ مع $A \neq 0$

يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.$B$ و $m$ ، $A$ الثوابت

$-\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = \frac{E}{R_t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح $\frac{di}{dt} = -mAe^{-mt}$ إذن:

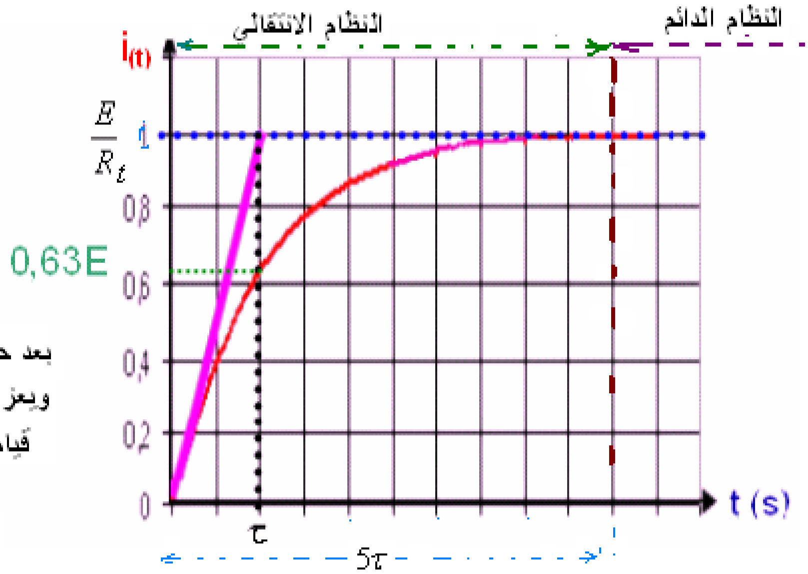
$A \neq 0$ لأن $1 - \tau.m = 0$ منعدما أي $e^{-m.t}$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل: $Ae^{-mt}(1-\tau.m) = \frac{E}{R_t} - B$ أي:

$B = \frac{E}{R_t}$. وبذلك (2) تصبح $m = \frac{1}{\tau}$ إذن:

والحل (1) أصبح كما يلي: $i_{(t)} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$ (3)

لدينا $t = o$ نعتبر الشروط البدئية : عند اللحظة $A$ لتحديد الثابتة $i = 0$ وبالتعويض في (3) نحصل على: $0 = Ae^{0} + \frac{E}{R_t}$ ومنه :

$A = -\frac{E}{R_t}$ $i_{(t)} = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ و الحل النهائي يكتب كما يلي: $R_t = r + R$ و: $\tau = \frac{L}{R_t}$ مع




بعد حوالي $5\tau$ يتحقق النظام الدائم في الدارة.
ويعزى ذلك إلى وجود الوشيعة التي تقاوم
قيام التيار الكهربائي في الدارة لحظة إغلاقها.

يمثل هذا المنحنى التأخر الزمني الذي يحدث عند إقامة التيار في دارة تضم وشيعة .

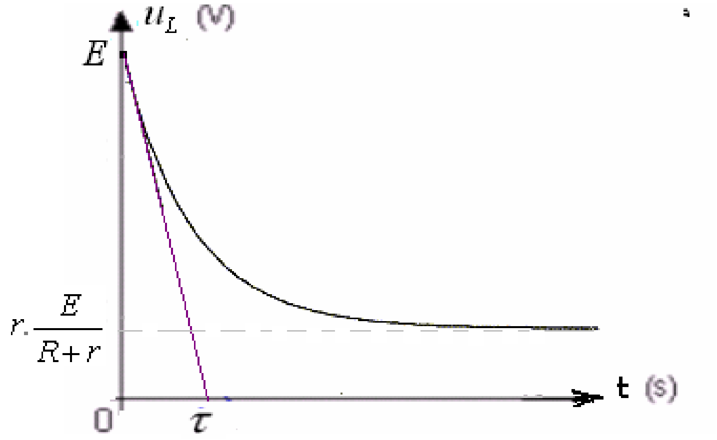
تزداد مدة إقامة التيار في الدارة بتزايد معامل تحريض الوشيعة أو تناقص مقاومة الدارة أي بتزايد $\tau$ .

## ث) تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة:

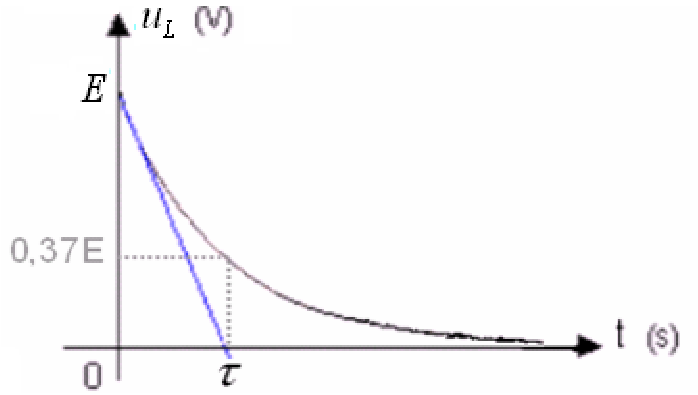
حسب قانون إضافية التوترات في الدارة السابقة لدينا: $u_R + u_L = E$

$$u_L = E - u_R = E - R.i = E - R.\frac{E}{R_t}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

عند اللحظة $t=0$ ، $u_L = E$ وفي النظام الدائم عندما تؤول $t$ إلى $+\infty$ : $u_L = E - R.\frac{E}{R+r} = r.\frac{E}{R+r} = r.I$ تتصرف كموصل أومي.




<u>ملحوظة</u> : إذا كانت مقاومة الوشيعة $r$ مهملة ، تصبح مقاومة الدارة $R_t = R$ وبالتالي : $u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ مع: $\tau = \frac{L}{R}$




## ج) معادلة الأبعاد لثابتة الزمن:

$u_L = L\frac{di}{dt} \Leftarrow [U] = [L].\frac{[I]}{[t]} \Leftarrow [L] = \frac{[U].[t]}{[I]}$

و : $u_R = R.i \Leftarrow [U] = [R].[I] \Leftarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

وبما أن ثابتة الزمن: $\tau = \frac{L}{R} \Leftarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = [U].[t].[I]^{-1} \times [U]^{-1}.[I] = [t]$

إذن ثابتة الزمن $\tau$ لها بعد زمني وحدتها الثانية $s$ .

## ح) طريقة تحديد ثابتة الزمن :

<u>الطريقة الأولى</u>: نعطي للمتغيرة $t$ : <u>في العلاقة</u> - $u(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ القيمة $t=\tau$ .

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة الموافق ل: $t=\tau$ فهو : $u_c = Ee^{-1} \approx 037\,E$ .

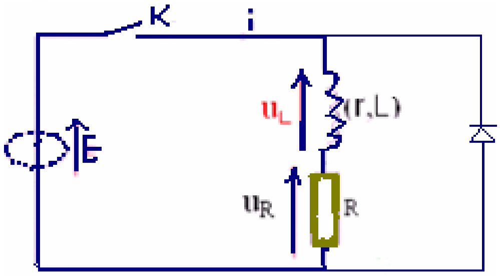
- <u>أو في العلاقة</u>: $i_{(t)} = I_O(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

فنحصل على قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يعبر الدارة الموافق ل: $t=\tau$ فهو: $i = I_O(1-e^{-1}) = 0{,}63 I_O$

<u>الطريقة الثانية</u>: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $u_L = \frac{E}{R_t}$ في اللحظة $t=\tau$ فهو يتقاطع مع المقارب $t=0$ ومع محور الزمن بالنسبة للتوتر. (انظر الشكل)

## 2) الاستجابة لرتبة نازلة للتوتر ( انعدام التيار الكهربائي في الدارة)

عند فتح قاطع التيار الكهربائي $K$ يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب $RL$ فجأة من القيمة $E$، إلى صفر (نقول أنه خضع إلى رتبة توتر نازلة).




نضيف إلى دارة التفريغ صماما ثنائيا مركبا في المنحى المعاكس بين مربطي الوشيعة لتفادي حدوث ظاهرة فرط التوتر التي تحدث شرارات بين مربطي الوشيعة وقد تؤدي على إتلاف بعض أجهزة الدارة.

> مثلا: $L=0,5H$ وشدة التيار في الدارة $I=1A$ و $E=6V$ .
> ثم نفتح فجأة قاطع التيار $k$.ومدة انقطاع التيار في الدارة $\Delta t=1ms$
> $L\frac{di}{dt}=L\frac{\Delta i}{\Delta t}=0,5.\frac{0-1}{10^{-3}}=500V$ ظاهرة فرط التوتر.

عند فتح قاطع التيار، بتطبيق قانون التوترات نجد : $u_L+u_R=0$

$(L\frac{di}{dt}+ri)+R.i=0$ أي: $L\frac{di}{dt}+(r+R)i=0$ $\Leftarrow$

$\frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt}+i=0$ التي يمكن كتابتها كما يلي : $\tau\frac{di}{dt}+i=0$ مع : $\tau=\frac{L}{R+r}$

حل هذه المعادلة يكتب كما يلي: $i=Ae^{-mt}+B$

إذن : $\frac{di}{dt}=-mAe^{-mt}$ بالتعويض تصبح المعادلة التفاضلية: $-\tau.mAe^{-mt}+Ae^{-mt}+B=0$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m)=-B \Leftarrow \begin{cases}1-\tau.m=0\\B=0\end{cases} \Leftarrow m=\frac{1}{\tau}$ إذن: $i=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

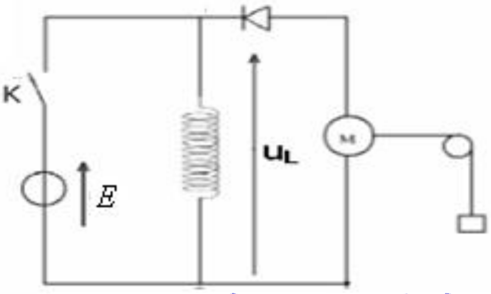
وباعتبار الشروط البدئية ، عند اللحظة $t=0 \Leftarrow$ كان النظام الدائم متحققا $i=\frac{E}{R+r} \Leftarrow \frac{E}{R+r}=Ae^{0} \Leftarrow A=\frac{E}{R+r}$

ومنه : $i=\frac{E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$

# III ) الطاقة المخزونة في وشيعة

## 1) الابراز التجريبي:

ننجز التركيب التجريبي المبين أسفله :




عند غلق قاطع التيار K يمر تيار كهربائي في الوشيعة . يمنع الصمام الثنائي المركب في المنحى الحاجز مرور تيار كهربائي في المحرك
عند فتح قاطع التيار K يشتغل المحرك فيرتفع الجسم S .

الوشيعة اختزنت طاقة مغنطيسية ثم حررت هذه الطاقة عند فتح الدارة .

## 2) تعبير الطاقة المخزونة في وشيعة :

تتناسب الطاقة المخزونة في وشيعة مع معامل تحريضها L ، ومع مربع شدة التيار الكهربائي الذي يعبرها :

$\mathcal{E}_m=\frac{1}{2}Li^2$   ب: $\mathcal{E}_m$ بالجول (J)   L بالهنري (H)   وشدة التيار i بالأمبير (A).