



Calculer les limites suivantes

Exercice 1

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \sqrt[6]{x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - 3}{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} - 3}$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(\sqrt[3]{x} - 1)}{\sqrt{2-x} - 1}$	$a > 0 ; \lim_{x \rightarrow a} \frac{x\sqrt[3]{a} - a\sqrt[3]{x}}{x\sqrt[4]{a} - a\sqrt[4]{x}}$

Exercice 2

Soient a et b deux réels .

On considère la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - bx & ; x \leq 2 \\ f(x) = a - \frac{2}{x} & ; 2 < x \leq 4 \\ f(x) = \sqrt{x+5} & ; x > 4 \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R} - \{2;4\}$
- 2) déterminer a et b pour que f soit continue sur \mathbb{R}

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par :

$$f(x) = \arctan\left(\left(\sqrt{x} - 1\right)^3\right)$$

- 1) calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$
- 2) montrer que f est une bijection de \mathbb{R}^+ vers un intervalle J que l'on déterminera
- 3) calculer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J \square

Exercice 3

Soient f et g deux fonctions continues sur \mathbb{R} et vérifiant :

- l'équation $g(x) = x$ admet deux solutions

a et b avec $a < 0 < b$

- $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) < x$

Montrer que $(\exists \alpha \in \mathbb{R}) f(\alpha)g(\alpha) = \alpha^2$

Exercice 5

1) soit k un entier supérieur ou égal à 2 . calculer $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^k - 1}{t - 1}$

2) Soit $a \in \mathbb{R}^*$ montrer que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - 1 - \frac{ax}{n}}{x^2} = -\frac{(n-1)a^2}{2n^2}$ (poser $t = \sqrt[n]{1+ax}$)

3) déduire la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1-3x} - 1}{x^2}$

4) soit h la fonction telle que $h(x) = \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1-3x} - 2x}{x^2}$; $x \neq 0$ et $h(0) = \frac{1}{2}$

- a) déterminer D_h et étudier la continuité de h sur $D_h - \{0\}$
- b) montrer que h est continue sur D_h