Groupe scolaire Nisse
2016-2017

Matière: Mathèmatiques
Evaluation 3
1 Session

Le 05/01/2017
2 Bac - SM-
Durée: 2h00

Exercice 1 $g(0) = 1$ et $g(x) = \frac{1-e^{-x}}{x}$ si $x > 0$

I)
1 - Mq $\forall x \in \mathbb{R}$ $e^x \geq x + 1$
2 - Determiner le tableau de variation de g
3 - On pose $h(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^+$
a - Mq $\forall x \in \mathbb{R}^+$, $0 \leq h''(x) \leq x$
b - En deduire que $0 \leq h(x) \leq \frac{x^3}{6}$
c - " " la derivabilité de g en 0 à droite

II) on considère la fonction: $f(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$ si $x > 0$ et $f(0) = 1$
1 - Mq f est continue en 0 à droite.
2 - a) Verifier que $\forall x \in \mathbb{R}^+$, $f(x) = 2g(2x) - g(x)$.
b) Etudier la derivabilité de f en 0 à droite.
3 - a) Mq $\forall x > 0$, $f'(x) = \frac{e^{-2x}}{x^2}\left(2x + 1 - (x+1)e^x\right)$
b) Determiner le Tableau de variation de f
4 - Construire $\mathcal{C}_f$.

Exercice 2 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, $\begin{cases} F(x) = \frac{1}{x}\int_{x^2}^{2x^2} f(t)\,dt, & x \neq 0 \\ F(0) = 0 \end{cases}$

1 - a - Mq f et F sont impaires.
b - Donner le T.V de f.
c - Determiner l'equation de la tangente de $\mathcal{C}_f$ en 0 et representer $\mathcal{C}_f$
d) - Verifier que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$
et Calculer l'aire de la partie du plan limitée par $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = \ln 2$
(on prend $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$)

2 - a - Mq $x f(x^2) \leq F(x) \leq x f(2x^2)$, $\forall x > 0$
b - En deduire que F est continue et derivable en 0 à droite
c - Calculer $\lim_{x \to +\infty} F(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} (F(x) - x)$ et interpreter geometrique le dernier resultat.