المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
عناصر الإجابة

المادة:	الرياضيات	NR25	المعامل:	9
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)		مدة الإنجاز:	4

التمرين الأول (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1−I	القانون * تبادلي ....0.25ن القانون * تجميعي 0.25ن
(2	العنصر المحايد : $\varepsilon = e$ 0.25ن
(3 أ−	$I\setminus\{1\}$ جزء مستقر من $(I,*)$ .... 0.25ن القانون المستخلص من * تبادلي وتجميعي ويقبل ε كعنصر محايد في $I\setminus\{1\}$ .... 0.25ن جميع عناصر $I\setminus\{1\}$ تقبل مماثلا في $I\setminus\{1\}$ 0.25ن
ب−	تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية........................ 0.25ن
(4أ−	$a*(b\times c)=(a*b)\times(a*c)$ 0.25ن
ب−	$(I,\times)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد هو 1..........................0.25ن القانون * توزيعي بالنسبة للقانون× و $(I\setminus\{1\},*)$ زمرة تبادلية.........0.25ن
(1−II	نجد : $A^2=\begin{pmatrix}4&4&0\\-4&-4&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ .... 0.25ن و $A^3=O$ 0.25ن
(2	إذا كانت A تقبل مقلوبا نستنتج أن $A^2=O$ و هذا تناقض.........................0.5 ن
التمرين الثاني (3.5 نقط)	عناصر الإجابة
(1 أ−	الجذران المربعان هما $2+i$ و $-2-i$..................0.25ن
ب−	حلا المعادلة هما: $-\frac{1}{2}+i$ و $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ 0.5ن
(2 أ−	......................0.25ن
ب−	......................0.75ن
(3 أ−	نحصل على : $d=(1-i)c-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$ 0.5ن

ب-	نحصل على : $\ell=(1-i)c-1-\frac{1}{2}i$ 0.5ن
ج-	نحصل على: $\frac{\ell-c}{a-c}=i$ ....0.25ن ثم نستنتج أن: -المثلث ACL متساوي الساقين رأسه C.................0.25ن - المثلث ACL قائم الزاوية في C.................0.25ن
التمرين الثالث (3 نقط)	عناصر الإجابة
1)	نجد $m\equiv 2\ [5]$ أو $m\equiv 3\ [5]$..............1ن
2) أ-	لدينا : $n^2\equiv -1\quad [p]$ إذن $(n^2)^{1+2k}\equiv(-1)^{1+2k}\,[p]$ 0.25ن
ب-	لدينا $n^2+1\equiv\ [p]$ إذن: $(\exists k\in\mathbb{Z})\ kp-n^2=1$ وحسب مبرهنة بوزو 0.5ن
ج-	حسب مبرهنة فيرما وكون: $p-1=2+4k$ 0.75ن
د-	من الأسئلة السابقة نستنتج أن : $1\equiv -1\ [p]$ و p عدد أولي فردي و هذا تناقض........0.5ن
التمرين الرابع (6.25 نقط)	عناصر الإجابة
I-1)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ 0.5ن
2)	f تزايدية على المجال $\left[0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$ ....0.5ن جدول تغيرات f 0.25ن
3)	معادلة نصف المماس..........................0.25ن إنشاء (C) 0.5ن
4)	نحصل على $a=2\left(\frac{e-1}{e}\right)$ ....0.25ن مساحة الحيز المستوي هي: $8\left(\frac{e-1}{e}\right)cm^2$. 0.25ن
II-1) أ-	..........................0.25ن
ب-	لدينا : $0<x^ne^{-x^2}<x^ne^{-x}\quad(\forall x>1)$ و نحصل على $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=0$ 0.25ن
2)	f_n تزايدية على المجال $\left[0,\sqrt{\frac{n}{2}}\right]$ و تناقصية على المجال $\left[\sqrt{\frac{n}{2}},+\infty\right[$ ....0.5ن جدول تغيرات f_n 0.25ن
3)	لدينا : $f_n(0)=0<1$ و $f_n(1)=\frac{4}{e}>1$ و f_n متصلة و رتيبة قطعا على المجال $[0,1]$ 0.5ن
4) أ-	لدينا: $f_{n+1}(u_n)=4u_n^{n+1}e^{-u_n^2}=u_n$ 0.25ن
ب-	لدينا : $f_{n+1}(u_n)=u_n<1=f_{n+1}(u_{n+1})$ و f_{n+1} وتزايدية قطعا على المجال $[0,1]$ إذن المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تزايدية قطعا...................................... 0.5ن

	المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تزايدية قطعا و مكبورة بالعدد 1 إذن متقاربة 0.25ن
5) أ-	لدينا : $0\leq \ell \leq 1$ و $(u_n)_{n\geq 2}$ تزايدية قطعا إذن $u_n > u_2 > 0 \quad (\forall n>2)$ 0.25ن
ب-	لدينا : $f_n(u_n)=1$ تكافئ $\ln(4)+n\ln(u_n)=u_n^2$ وبما أن: $0<u_n<1$ 0.25ن
ج-	لدينا : $-\frac{\ln(4)}{n} < \ln(u_n) < \frac{1}{n}-\frac{\ln(4)}{n} \quad (\forall n\geq 2)$ والدالة $x\to\ln(x)$ متصلة على $]0,1]$ و $\lim_{n\to+\infty} u_n=\ell$ عندما تؤول n إلى $+\infty$ نحصل على $\ln(\ell)=0$ ....0.5ن و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى
التمرين الخامس **(3.75 نقط)**	عناصر الإجابة
1)	الدالة F فردية 0.25ن
2)أ-	.... 0.25ن
ب-	الدالة φ دالة أصلية للدالة $t\to\frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0,+\infty[$ أو الدالة $t\to\frac{1}{\ln(1+t^2)}$ متصلة على المجال $]0,+\infty[$ والدالتين $u:x\to 2x$ و $v:x\to x$ قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ و $u(\mathbb{R}_+^*)=\mathbb{R}_+^*$ و $v(\mathbb{R}_+^*)=\mathbb{R}_+^*$ ....0.25ن و تقبل أية طريقة صحيحة أخرى لدينا $F'(x)=\frac{2}{\ln(1+4x^2)}-\frac{1}{\ln(1+x^2)}$ 0.25ن
ج-	الدالة تناقصية قطعا على المجال $]0,\sqrt{2}]$ و تزايدية قطعا على المجال $[\sqrt{2},+\infty[$ 0.5ن
3) أ-	لدينا: $F(x)=\varphi(2x)-\varphi(x) \quad (\forall x>0)$ حيث φ دالة أصلية للدالة $t\to\frac{1}{\ln(1+t^2)}$ على المجال $]0,+\infty[$ ثم نطبق مبرهنة التزايدات المنتهية 0.5ن
ب-	الدالة $t\to\frac{1}{\ln(1+t^2)}$ تناقصية قطعا على $[x,2x]$ 0.5ن
ج-	نجد: $\lim_{x\to 0^+}F(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}F(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{F(x)}{x}=0$ و تمنح 0.25 ن لكل نهاية
د-	تمنح 0.25ن لكل متفاوتة لدينا $F(x)<x \quad (\forall x>\sqrt{e-1})$ و $F(x)>x \quad \left(\forall x<\frac{\sqrt{e-1}}{2}\right)$ ويوجد عدد وحيد α من المجال $\left]\frac{\sqrt{e-1}}{2},\sqrt{e-1}\right[$ بحيث $F(\alpha)=\alpha$ 0.25ن