

- (1) أحسب التكاملين $I+J$ و $I-3J$
(2) استنتج قيمة كل من I و J

التمرين السادس

ليكن n عدداً طبعياً غير منعدم . و نضع

$$I_0 = \int_1^e x^2 dx \quad \text{و} \quad I_n = \int_1^e x^2 (\ln x)^n dx \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N}^*$$

(1) أحسب I_0

(2) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب I_1

ب- بين أن $I_n \geq 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$

(3) بين أن $(I_n)_n$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة

(4) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :

$$3I_{n+1} + (n+1)I_n = e^3$$

ب- استنتج قيمة I_2

(5) أ- بين أن $0 \leq I_n \leq \frac{e^3}{n+1} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$

ب- حدّد $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

التمرين السابع

الجزء (1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على

$$\mathbb{R} \quad \text{بما يلي} : \quad f(x) = x^2 e^{1-x}$$

(1) أحسب نهايتي الدالة f

(2) أحسب الدالة $f'(x)$ و نضع جدول التغيرات

(3) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

(4) أرسم المنحنى (C_f)

الجزء (2)

نضع $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$ لكل عدداً n من \mathbb{N}^*

(1) أحسب I

(2) أ- حدّد العلاقة التي تربط I_{n+1} بالتكامل I_n

ب- استنتج قيمة I_2

(3) بين أن $\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*)$

ثم حدّد $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

التمرين الثامن

نعتبر التكاملين :

$$I = \int_0^{\pi} \cos^4 x dx \quad ; \quad J = \int_0^{\pi} \sin^4 x dx$$

أحسب $I+J$ و $I-J$ و استنتج قيم I ; J

التمرين الأول

أحسب ما يلي : $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx$ $\int_1^2 \frac{\sqrt{1 + \ln t}}{t} dt$

$$\int_1^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx \quad \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{3 - \cos x} dx$$

$$\int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln x)} \quad \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \quad \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{|\ln y|}{y} dy$$

التمرين الثاني

باستعمال مكاملة بالجزء أحسب التكاملات التالية :

$$I = \int_0^1 \ln(1 + x^2) dx \quad L = \int_e^{e^2} (\ln x)^2 dx$$

$$K = \int_0^1 x \arctan x dx \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$B = \int_1^{\ln 2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad A = \int_0^1 x \ln(1 + x) dx$$

التمرين الثالث :

أحسب ما يلي : $\int_1^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$ نضع $t = 1 + \sqrt{x}$

$$\int_1^e \frac{1}{2x \sqrt{3 + \ln x}} dx \quad \text{نضع} \quad t = 3 + \ln x$$

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{(3+x)\sqrt{x+2}} dx \quad \text{نضع} \quad t = \sqrt{x+2}$$

$$\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{t^3 dt}{(1+t^2)\sqrt{t^2+1}} \quad \text{نضع} \quad x = \sqrt{t^2+1}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{2 + \sin^2 x} \quad \text{نضع} \quad t = \tan \frac{x}{2} \quad \text{و} \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$$

التمرين الرابع

(1) تحقق أن :

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\} \quad \frac{x^2}{4-x^2} = -1 + \frac{1}{2+x} + \frac{1}{2-x}$$

$$(2) \quad \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^2}{4-x^2} dx \quad \text{أحسب التكامل}$$

(3) باستعمال مكاملة بالجزء أحسب :

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \ln(4-x^2) dx$$

التمرين الخامس

نعتبر التكاملين :

$$I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4} dx \quad \text{و} \quad J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4} dx$$

