السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	الدوال اللوغاريتمية- الدوال الأسية	فروض النجاح استعدادا لاجتياز فروضك

فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان

تمرين 1 :

I) نعتبر الدالة العددية المعرفة ب: $g(x)=e^{x}+e^{-x}-2$

1) بين أن g تناقصية على $]-\infty;0]$

2) بتطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية على الدالة $h(t)=e^{t}-e^{-t}-2t$ برهن أن :

$$\forall x<0;\quad \frac{e^{x}+e^{-x}-2}{x}\le\frac{e^{x}-e^{-x}-2x}{x^{2}}\le 0$$

(استعمل المجال $[x,0]$)

3) استنتج حساب النهاية : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\dfrac{e^{x}-e^{-x}-2x}{x^{2}}$

4) أدرس رتابة الدالة $p(x)=x\left(e^{x}+e^{-x}\right)-e^{x}+e^{-x}$ على $]-\infty;0]$ ثم استنتج إشارتها على هذا المجال.

II) نعتبر الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{x}-2 & ;x<0\\ f(x)=x^{2}\left(\ln(x)-\dfrac{1}{2}\right) & ;x>0\\ f(0)=0 \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة في الصفر

2) بين أن f قابلة للاشتقاق في الصفر و أول النتيجة هندسيا.

3) أدرس الفروع اللانهائية جوار $+\infty$ و $-\infty$

4) احسب $f'(x)$ لكل $x\neq 0$

5) ضع جدول تغيرات الدالة f على IR

6) حدد نقط تقاطع (Cf) منحنى الدالة f مع محور الأفاصيل.

7) أنشئ المنحنى (Cf) في معلم متعامد منظم.

تمرين 2 :

لكل عدد صحيح طبيعي $n\ge 3$ نعتبر الدالة f_n المعرفة بما يلي : $f_n(x)=\dfrac{e^{x}}{x}-n$

1) أحسب نهايات f_n عند محدات مجموعة تعريفها

2) ضع جدول تغيرات الدالة f_n

3) بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلين وحيدين u_n و v_n حيث : $u_n<v_n$

4) تحقق أن : $f_{n+1}(u_n)=f_{n+1}(v_n)=-1$

5) بين أن u_n تناقصية و أن v_n تزايدية

6) بين أن u_n متقاربة و حدد نهايتها.

7) بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=+\infty$