التمرين 4 : — 8ن

1- $f(x) = 2+\frac{a}{x}$ ، $a>0$ ، بين أن $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في $]0,+\infty[$ — 1

2- نعتبر المتتاليات $(u_n)_n$ و $(v_n)_n$ و $(w_n)_n$ المعرفة بما يلي : $0<u_0<\alpha$ ؛ $u_{n+1}=f(u_n)$ ؛

$v_n = u_{2n}$ و $w_n = u_{2n+1}$:

أ- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}: 0<v_n\leq\alpha\leq w_n$ — 1,5

ب- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}: 0\leq w_{n+1}-v_{n+1}\leq \frac{a(w_n-v_n)}{2v_n+a}$ — 1,5

ج- بين أن $(v_n)_n$ و (w_n) رتيبتين — 1,5

د- بين أن :

$\forall n\in\mathbb{N}: 0< w_{n+1}-v_{n+1} \leq \frac{a}{2v_0+a}(w_n-v_n)$ — 1,5

ه- استنتج أن (v_n) و (w_n) متحاذيتان وحدد نهايتهما. — 1

التمرين 1:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x^2} + x &, x<0 \\ f(x) = 2\,\mathrm{Arctan}\,\dfrac{2\sqrt{x}}{x+1} &, x\geq 0 \end{cases}$$

1 - أحسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{0^+} \frac{f(x)}{x}$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجتين . وأحسب $\lim\limits_{-\infty} f(x)$

2 - أعط جدول تغيرات f

3 - أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f وأنشئ C_f

4 - لتكن g قصور f على المجال $[1,+\infty[$

أ- بين أن g تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده

ب - حدد $g^{-1}(x)$: $\forall x\in J$

ج - أنشئ $C_{g^{-1}}$ في نفس المعلم.

5 - بين أن المعادلة : $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,2[$

6 - نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي :

$u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n) \quad \forall n\in\mathbb{N}$

أ- بين أن $\forall n\in\mathbb{N} \quad 1\leq u_n\leq 2$

ب - بين أن $\forall n\in\mathbb{N} \quad |u_{n+1}-\alpha| \leq \frac{1}{4}|u_n-\alpha|$

ج - استنتج أن: $\lim u_n = \alpha$