2015 -14		2 bac sm

التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x\to0}\frac{\sin\left(\pi\sqrt{x+1}\right)}{x}$ يمكن وضع $\sqrt{x+1}=1-t$

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt[4]{x^2+x}-\sqrt{x+1}\right)$ ، $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{1+3x}-1-x}{x^2}$ و $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+x}}{x^2}$

التمرين الثاني :

ليكن a من $\left]-\infty,0\right[$ و نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{4-x^3} & ; \quad x\le a \\ f(x)=-x\sqrt{3} & ; \quad x>a \end{cases}$

أنشر $(t-1)(t+2)^2$ ثم حدد قيمة a كي تكون الدالة f متصلة في النقطة a

التمرين الثالث :

لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} g(x)=(x-1)^2\left|\arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right| & ; \quad x\neq0 \\ g(0)=\frac{\pi}{2} \end{cases}$

1) بين أن g قابلة للاشتقاق على يمين النقطة $x_0=0$ و أن $g'_d(0)=-1-\pi$

2) هل الدالة g قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0=0$ ؟

التمرين الرابع :

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $D=\left[0,+\infty\right[$ بما يلي : $h(x)=\left(\sqrt{x}-1\right)^3$

1) أ- أدرس منحى تغيرات الدالة h

ب- بين أن h تقابل من D نحو مجال J يتم تحديده

ج- أدرس قابلية اشتقاق الدالة h على يمين النقطة $a=0$ و أول النتيجة هندسيا

2) أحسب $h^{-1}(x)$ لكل x من J

3) أرسم منحنى الدالة h و منحنى الدالة العكسية h^{-1} في نفس المعلم

التمرين الخامس :

نعتبر الدالة F المعرفة على $I=[0,\pi]$ بما يلي : $F(x)=\cos x$

1) بين أن F تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

2) بين أن الدالة F^{-1} قابلة للاشتقاق على المجال $\left]-1,1\right[$ و أن $\left(\forall x\in\left]-1,1\right[\right)\quad \left(F^{-1}\right)'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

3) بين أن $\left(\forall x\in[0,1]\right)\quad F^{-1}\left(\sqrt{x}\right)+F^{-1}\left(\sqrt{1-x}\right)=\frac{\pi}{2}$

التمرين السادس :

1) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على المجال $[a,b]$ و بحيث $f(a)=f(b)$ و $f'(a)f'(b)<0$

بين أن $\left(\exists c\in\left]a,b\right[\right)\quad f''(c)=0$

2) بين أن $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)\left(\exists\alpha\in\mathbb{R}^+\right)\quad n\arctan\alpha=\sum_{k=1}^{k=n}\arctan\left(\frac{k}{n}\right)$