

إعتني بحسن تقديم ورقتك و صغ البراهين بالدقة و المنطق اللازمين

سلم التقييم	التمرين الاول (10 نقط)
	المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2)$. a عدد عقدي غير منعدم عمدته θ مع $\theta \in]-\pi, \pi[$ نعتبر في \mathbb{C} المعادلة $(E): z^2 - (a - i\bar{a})z - i a ^2 = 0$.
1 ن	(1) نفترض أن $\bar{a} = ia$ بين أن المعادلة (E) تكافئ $z + ai = 0$.
1 ن	(ب) بين أن $a + i$ ليس حلا للمعادلة (E).
1 ن	(2) نفترض في ما يلي أن $a \neq ia$ (أ) تحقق أن مميز المعادلة هو $\Delta = (a + i\bar{a})^2$
1 ن	(ب) حل في \mathbb{C} المعادلة (E) ثم أكتب الحلول على الشكل المثالي.
	(3) نعتبر النقط $A(a)$ و $B(-i\bar{a})$ و $N(a - i\bar{a})$.
1 ن	(أ) تحقق أن $OA = OB$ ثم بين أن $\widehat{(OB, OA)} \equiv \frac{\pi}{2} + 2\theta [2\pi]$
1 ن	(ب) حدد قيم θ التي تكون من أجلها النقط O و A و B مستقيمية.
1 ن	(ج) حدد قيم θ لكي يكون المستقيمين (OA) و (OB) متعامدين.
	(4) نفترض أن $\theta \notin \left\{ \frac{-3\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$
1 ن	(أ) بين أن الرباعي $OANB$ متوازي أضلاع.
1 ن	(ب) بين أن النقط O و A و B و N متداورة إذا و فقط إذا كان $\text{Re}(a) \times \text{Im}(a) = 0$.
1 ن	(ج) استنتج مجموعة النقط A التي تكون من أجلها النقط O و A و B و N متداورة.
	التمرين الثاني (10 نقط)
	المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2)$.
	نضع $\forall z \in \mathbb{C} - \{i\}; f(z) = \frac{\bar{z} - i}{z + i}$ و نعتبر النقط $A(1)$ و $B(i)$ و $M(z)$ و $M'(f(z))$.
1 ن	(1) (أ) تحقق أن $f(z) - 1 = \frac{-2i}{z + i}$ و استنتج أن $M' \neq A$.
2 ن	(ب) بين أن $\widehat{(AM', BM)} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$
1 ن	(ج) لتكن M نقطة من الدائرة (Γ) ذات المركز B و الشعاع 1 استنتج طريقة لإنشاء النقطة M' .
1 ن	(د) تحقق أن $C \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \in (\Gamma)$ ثم أنشئ النقطة C' .
2 ن	(2) ليكن θ من المجال $]0, 2\pi[$ بين أن $f(z) = e^{i\theta} \Leftrightarrow z = -\cot an \frac{\theta}{2}$
1 ن	(3) (أ) حدد الجذور المكعبة للعدد $\frac{\sqrt{2}}{2}(-1 + i)$
2 ن	(ب) استنتج حلول المعادلة $2(\bar{z} - i)^3 = \sqrt{2}(-1 + i)(\bar{z} + i)^3$ نعطي
	$\begin{cases} \cot an(\pi / 24) = 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2 + \sqrt{3}} \\ \cot an(\pi / 8) = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$