نيابة شيشاوة
ثانوية ابن الهيثم
امنتانوت
ذ.:عمر أهمو

فرض محروس رقم 4
الدورة الأولى

المستوى :2 ب.ع.ر
المادة : الرياضيات
تاريخ الإنجاز:20-01-2010
مدة الإنجاز: ساعتان

سلم التنقيط:

التمرين الأول : (03 نقط و نصف)

نعتبر عددين حقيقيين موجبين قطعا a و b .

1 1) بين أن : $a+b\geq 2\sqrt{ab}$

1 2) قارن إذن العددين $\ln\left(\frac{a+b}{2}\right)$ و $\frac{\ln(a)+\ln(b)}{2}$.

1,5 3) تحقق مبيانيا من نتيجة السؤال السابق ، (استعمل مبيان الدالة "ln" و خذ مثلا $a \prec b$).

التمرين الثاني : (07 نقط و نصف) :

لتكن U و V الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين كما يلي :

$U(x)=\ln(x+1)-\ln(x)-\frac{1}{x+1}$ و $V(x)=\ln(x+1)-\ln(x)-\frac{1}{x}$.

2+2 1) أدرس الدالتين U و V ، (مجموعة التعريف ، النهايات ، المشتقة ، جدول التغيرات) .

1 2) استنتج أن : $\forall x\succ 0;\frac{1}{x+1}\leq \ln(x+1)-\ln(x)\leq \frac{1}{x}$

3) نضع : $U_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+.....+\frac{1}{2n}$ حيث : $n\in\mathbb{N}^*$.

2 أ- باستعمال نتيجة السؤال 2). بين أن : $\ln\left(\frac{2n+1}{n+1}\right)\leq U_n\leq \ln(2)$

0,5 ب- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

التمرين الثالث : (09 نقط)

$m\in\mathbb{R}^*$ ، لتكن f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f_m(x)=x-mx\left|\ln(x)\right|;x\succ 0 \\ f_m(0)=0 \end{cases}$$

0,5 1) أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة f_m .

1 ب- أحسب حسب قيم البارمتر الحقيقي m النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f_m(x)}{x}$.

0,75 2) أ- بين أن f_m متصلة على D .

0,5 ب- أدرس اشتقاق الدالة f_m على اليمين في 0 .

1 3) أ- أدرس اشتقاق الدالة f_m على اليمين و على اليسار في 1 .

0,5 ب- ماذا تستنتج ؟

1,5 4) أحسب $f'_m(x)$ لكل $x\in D\setminus\{0;1\}$.

5) نأخذ $m=1$:

1,5 أ- ضع جدول تغيرات الدالة $f_1(x)$ لكل x من المجال $[0;1]$.

1,75 ب- أنشئ في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المنحنى (C_1) للدالة f_1 . (نأخذ : $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=6cm$)

(يتم تحديد المماسات ل (C_1)) .