

فرض محروس 4 13-01-2011	ب ع ر	ذ هدار
<p style="text-align: right;">تمرين 1</p> <p>نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على IR بمايلي : $f_n(x) = 3x^n e^{-x^2} - 1 ; n \in IN^*$</p> <p>(A) نفترض في هذا الجزء أن: $n = 1$</p> <p>1) احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجتين .</p> <p>2) أ- احسب $f_1'(x)$ لكل x من IR . ب- أنشئ جدول تغيرات الدالة f_1 على IR .</p> <p>3) احسب $f_1''(x)$ لكل x من IR، ثم ادرس تقعر منحنى الدالة f_1 .</p> <p>4) حدد معادلة المماس (Δ) لمنحنى الدالة f_1 في النقطة $A(0, -1)$</p> <p>5) ادرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ومنحنى الدالة f_1</p> <p>6) أنشئ منحنى الدالة f_1 في معلم متعامد وممنظم .</p> <p>(B) نفترض في كل ما يلي أن $n \geq 2$.</p> <p>ليكن C_n منحنى الدالة f_n في معلم متعامد وممنظم</p> <p>1) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$.</p> <p>2) أنشئ جدول تغيرات الدالة f_n على IR^+ .</p> <p>3) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين C_n و C_{n+1} في IR^+ .</p> <p>4) استنتج أن جميع المنحنيات C_n تمر من نقطتين ثابتتين يجب تحديدهما .</p> <p>5) أ- بين أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين u_n و v_n في IR^+ بحيث : $0 < u_n < 1 < v_n$. ب- احسب النهاية : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.</p> <p>ج - بين أن : $f_{n+1}(u_n) = u_n - 1 ; \forall n \in IN^*$ ثم استنتج أن : $f_{n+1}(u_n) \leq 0 ; \forall n \in IN^*$. ت- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة .</p> <p>و - نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على $]0; +\infty[$ بمايلي : $g_n(x) = \ln 3 + n \ln x - x^2$</p> <p>أ- بين أن : $\forall x > 0 : g_n(x) = 0 \Leftrightarrow f_n(x) = 0$. ب- استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.</p>		<p>14,5</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>1</p>
<p style="text-align: right;">التمرين الثاني :</p> <p>نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \ln x - \arctan x$</p> <p>1) بين أن المعادلة $f(x) = n\pi ; n \in IN$ تقبل حلا وحيدا x_n في المجال $]0; +\infty[$.</p> <p>2) أ- تحقق من أن : $e^{n\pi} < x_n ; \forall n \in IN$ ب- استنتج أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$</p> <p>3) تحقق أن : $\ln \frac{x_n}{e^{n\pi}} = \arctan x_n ; \forall n \in IN$ و استنتج أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_n}{e^{n\pi}} = \sqrt{e^\pi}$</p> <p>4) تحقق أن : $\ln \left(\frac{x_n}{x_{n+1}} \right) = \arctan x_n - \arctan x_{n+1} - \pi ; \forall n \in IN$ و استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{x_n}{x_{n+1}} \right)$</p>		<p>5,5</p> <p>1,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>1,5</p> <p>1,5</p>