Groupe scolaire Inisse

مادة الرياضيات — مدة الإنجاز: ساعتان

فرض محروس رقم 3 — الثانية باك ع-رياضية

الأسدوس الأول — 2014/01/08

تمرين 1 :

I) نعتبر الدالة g_n المعرفة بما يلي

$\forall x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^*$ $\quad g_n(x) = n(x+1) + e^x$

1 - أعط جدول تغيرات g_n — 1

2-أ- بين أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}$ — 1

ب- أثبت أن : $-2 < \alpha_n < -1$ — 1

ج- استنتج إشارة $g_n(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ — 1

II) لتكن f_n دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$f_n(x) = \dfrac{x e^x}{n + e^x}$, $n \in \mathbb{N}^*$

1 - أحسب : $\lim\limits_{-\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{+\infty} f_n(x)$ — 1

2 - أدرس الفروع اللانهائية لـ C_{f_n} — 1

3 - بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f_n'(x) = \dfrac{g_n(x) \cdot e^x}{(n+e^x)^2}$ — 1

4 - تحقق أن $f_n(\alpha_n) = 1 + \alpha_n$ — 1

5 - أعط جدول تغيرات f_n — 1

6 - حدد الوضع النسبي لـ C_{f_n} و المستقيم $y = x$ — 1

7 - أنشئ C_{f_1} و C_{f_2} (نأخذ $\alpha_1 \simeq -1{,}4$ و $\alpha_2 = -1{,}2$) — 1+1

تمرين 2 :

نعتبر المجموعة

$$E = \left\{ M(a,b) = \begin{pmatrix} a & +b \\ -b & a-b \end{pmatrix} / \ (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

1 - بين أن $(E,+)$ زمرة تبادلية — 1

2 - أحسب : $M(a,b) M(a',b')$ ماذا نستنتج ؟ — 1

3 - أ- بين أن : $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2$:

$$a^2 - ab + b^2 = 0 \iff a = 0 \ و \ b = 0$$

ب- استنتج أن $(E^*, \times)$ زمرة تبادلية ($E^* = E - \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$) — 1,5

4) ليكن z عددا عقديا بحيث $z \notin \mathbb{R}$

نعتبر التطبيق التالي

$$f : E \longrightarrow \mathbb{C}$$
$$M(a,b) \longmapsto a + bz$$

أ- بين أن f تشاكل من $(E,+)$ نحو $(\mathbb{C},+)$ — 1

ب- بين أن f تقابل من E نحو $\mathbb{C}$ — 1

ج- حدد z لكي يكون f تشاكل من $(E,\times)$ نحو $(\mathbb{C},\times)$ — 1,5