

فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان

تمرين 1: نعتبر في C المعادلة: $(E): z^2 - 2iz - i - 1 = 0$

(1) حل في C المعادلة (E)

(2) اكتب على الشكل المثلثي a و b حلي المعادلة (E) ($\text{Im}(a) > 0$)

(3) أ) تحقق أن: $\left| \frac{b}{a} \right| = \tan \frac{f}{8}$

ب) استنتج حساب $\tan \frac{f}{8}$

(4) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط: $A(a)$ و $B(b)$ و $C(i)$

و $D(-1)$ و $P(p)$ (مع $p \in C$)

أ) تحقق أن C منتصف $[AB]$

ب) بين أن المثلث OAB قائم الزاوية في O

ج) بين أن النقط A و B و D مستقيمية

د) حدد العدد العقدي p علما أن: $|p+1| = |p| = 1$

تمرين 2: في المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})

ونعتبر التطبيق f الذي يربط كل نقطة $M(z)$ من $(P) \setminus (O, \vec{v})$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث: $z' = \frac{z - \bar{z}}{z + \bar{z}}$

(1) بين أن f لا يقبل أي نقطة صامدة

(2) حدد (K) مجموعة النقط $M'(z')$ حيث $z' = 0$

(3) حدد (P) مجموعة النقط $M'(z')$ حيث $|z'| = |z|$

(4) بين أن المستقيم له اتجاه ثابت يجب تحديده

(5) بين أن: $(OM) \perp (OM')$

(6) اعط طريقة هندسية لإنشاء النقطة M' انطلاقا من النقطة M

(7) نفرض أن: $z = re^{i\theta}$ حيث $r \in \mathbb{R}^{*+}$ و $\frac{f}{2} < \theta < f$ ، اكتب z' على الشكل المثلثي

تمرين 3: نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط $A(a)$ و $B(b)$ و $C(c)$

حيث a و b و c أعداد عقدية مختلفة مثنى مثنى

ليكن F التطبيق الذي يربط كل نقطة $M(z)$ من (P) بالنقطة $M'(z')$ حيث $z' = wz + a - aw$ ($w \in C^*$)

(1) حدد طبيعة التطبيق و عناصره المميزة في الحالات التالية: $w = 5$ ، $w = 1$ ، $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(2) نأخذ فيما يلي: $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ونعتبر النقط $M(m)$ و $N(n)$ و $P(p)$ حيث: $M = F(B)$ و

$\overline{AP} = \overline{AM} + \overline{AN}$ و $C = F(N)$

أ) احسب m بدلالة a و b

ب) تحقق أن $\frac{w-1}{w} = w$ ثم استنتج أن: $n = w(a-c) + c$

ج) احسب p بدلالة a و b و c

د) بين أن PBC مثلث متساوي الأضلاع