السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	الأعداد العقدية- الحساب التكاملي	

فرض تجريبي مساهمة من أحد أصدقاء موقع رياضيات النجاح - مدة الانجاز ساعتان

تمرين 1 :

1) لكل x من IR نضع $I(x)=\int_0^x e^t\cos(2t)\,dt$ ، مستعملا مكاملة بالأجزاء احسب $I(x)$ بدلالة x

2) احسب نهاية المتتالية العددية $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفة كما يلي : $\forall n\in IN^*\quad v_n=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}e^{\frac{k®}{n}}\cos\left(\frac{2k®}{n}\right)$

تمرين 2 :

نعتبر في C المعادلة : $(E):\ z^2+2\left(1-\boldsymbol{i}\sqrt{3}\right)z-4\left(1+\boldsymbol{i}\sqrt{3}\right)=0$

الجزء الأول

1) بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=16\,e^{\frac{®}{3}\boldsymbol{i}}$

2) ليكن z_1 و z_2 حلي (E) حيث $\mathrm{Re}(z_1)>0$

3) حدد كلا من z_1 و z_2 على الشكل الجبري

4) بين أن : $z_1^2=4\left(-\sqrt{3}+\boldsymbol{i}\right)$ و أن : $z_2=\boldsymbol{i}\,z_1$

5) اكتب z_1^2 على الشكل المثلثي

6) استنتج أن : $z_1=\left[2\sqrt{2}\,;\frac{5®}{12}\right]$ ثم اكتب z_2 على الشكل المثلثي

الجزء الثاني

في المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللحقين z_1 و z_2 على التوالي و نعتبر R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{®}{2}$، $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R

1) بين أن $R(A)=B$

2) أ) بين أن : $\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BM'}\right)\equiv\frac{®}{2}+\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM}\right)[2®]$

ب) حدد (T) مجموعة النقط $M(z)$ التي من أجلها تكون M و B و M' مستقيمية.

تمرين 3 :

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على IR^* بما يلي : $g(x)=1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

1) ادرس تغيرات g على IR^* ثم ضع جدول تغيراتها

2) استنتج أن $\forall x\in IR^*\quad g(x)>0$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}\ ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) بين أن f متصلة في الصفر

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على IR^* و أن : $\forall x\in IR^*\quad f'(x)=\dfrac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$

3) استنتج أن f تزايدية قطعا على IR

الجزء الثالث

نعتبر الدالة F المعرفة على $[1;+\infty[$ بما يلي : $F(x)=\int_1^{x^2} f(t)dt$

1) بين أن لكل x من $]1;+\infty[$: $F(x)\ \left(\exists c_x \in]1;x^2[\right)\ f(c_x)=\frac{1}{x^2-1}F(x)$

2) استنتج أن لكل x من $]1;+\infty[$: $(x^2-1)f(1)\le F(x)\le (x^2-1)f(x^2)$

3) استنتج أن F قابلة للاشتقاق يمين 1

4) بين أن F قابلة للاشتقاق على $]1;+\infty[$ و حدد F'

الجزء الرابع

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\ge1}$ المعرفة بما يلي : $u_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}\frac{f(t)}{t^3}dt$

1) بين أن $(u_n)_{n\ge1}$ تزايدية قطعا

2) باستعمال مكاملة بتغيير المتغير بين أن : $\forall n\in IN^*\ \ u_n=\int_1^n\left(1-\frac{e^u}{1+e^u}\right)du$

3) استنتج u_n بدلالة n ثم احسب نهاية $(u_n)_{n\ge1}$