السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	الحسابيات	سلسلة 1

تمرين1 : a و b عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان

- حدد باقي القسمة الإقليدية لـ 145^{2015} على 12
- حدد باقي القسمة الإقليدية لـ 247^{2015} على 7
- حدد باقي القسمة الإقليدية لـ 2015^{2016} على 11
- بين أن: $\forall n\in IN\ \ 7/3^{2n}+3\times 2^{n+1}$
- بين أن: $\forall n\in IN^*\ \ (n-1)^2/n^{n-1}-1$

تمرين2 : a و b و c عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان

1) بين أن: $(7a+3)\wedge(9a+4)=1$

2) بين أن: $(9a+4b)\wedge(2a+b)=a\wedge b$

3) مستعملا مبرهنة «Bezout» برهن أن: $a\wedge(bc)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a\wedge b=1 \\ a\wedge c=1 \end{cases}$

أ) بين أن: $a\wedge b=1 \Rightarrow (a+b)\wedge ab=1$

ب) بين أن: $a\wedge b=1 \Rightarrow (a^3-b^3)\wedge(a^2-b^2)=a-b$

ج) بين أن: $(a^2+b^2)\wedge ab=(a\wedge b)^2$

4) مستعملا مبرهنة «Bezout» برهن أن: $a\wedge b=1 \Rightarrow a^2\wedge b^2=1$

أ) بين أن: $a^2/b^2 \Rightarrow a/b$

ب) بين أن: $a^2\wedge b^2=(a\wedge b)^2$

ج) بين أن: $\sqrt{5}\notin Q$

5) بين بالترجع أن: $a\wedge b=1 \Rightarrow (\forall n\in IN^*\ \ a\wedge b^n=1)$

أ) استنتج أن: $a\wedge b=1 \Rightarrow (\forall (n,m)\in IN^*\times IN^*\ \ a^n\wedge b^m=1)$

ب) بين أن: $\log_{10}(2)\notin Q$

تمرين3 : حل في Z^2 المعادلات التالية:

$10x=14y$	$3x-2y=1$	$17x+11y=1$
$5x-3y=7$	$10x-2y=6$	$15x+6y=11$

تمرين4 : a و b عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان .

1) بين أن: $a\wedge b=1 \Leftrightarrow (a+b)\wedge ab=1$

2) استنتج أنه لكل x و y من IN^* : $(x+y)\wedge(x\vee y)=x\wedge y$

3) حل في $IN^*\times IN^*$ النظمة: $\begin{cases} x+y=276 \\ x\vee y=1440 \\ x<y \end{cases}$