

سلسلة 2	الحسابيات	السنة 2 بكالوريا علوم رياضية
<p><b>تمرين 1:</b> <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة. (الأسئلة مستقلة)</p> <p>(1) بين أن: <math>(a \wedge b) + (a \vee b) = a + b \Leftrightarrow a/b \text{ ou } b/a</math></p> <p>(2) بين أن: <math>(a^2 + ab + b^2) \wedge ab = 1 \Leftrightarrow a \wedge b = 1</math></p> <p>(3) بين أن: <math>c/(a \wedge c)(b \wedge c) \Leftrightarrow c/ab</math></p> <p>(4) بين أن: <math>(a^2 - b^2) \wedge (a^3 - b^3) = (a - b)</math> (حيث <math>a &gt; b</math>)</p>		
<p><b>تمرين 2:</b> <math>n</math> عدد صحيح طبيعي غير منعدم.</p> <p>(1) بين أن: <math>\forall (a, b) \in \mathbb{N}^2 \quad 15 / ab(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)</math></p> <p>(2) بين أن: <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad 42 / n^7 - n</math></p> <p>(3) بين أن: <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad 9 / 4^n + 6n + 8</math></p> <p>(4) بين أن: <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad 6^n \equiv 1 + 5n [25]</math></p>		
<p><b>تمرين 3:</b> <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> و <math>d</math> أعداد صحيحة طبيعية غير منعدمة.</p> <p>بين أن: <math>a^{4b+d} - a^{4c+d} \equiv 0 [30]</math></p>		
<p><b>تمرين 4:</b> <math>p</math> عدد أولي أكبر من 2 و <math>n</math> عدد صحيح طبيعي غير منعدم. (السؤالان مستقلان)</p> <p>(1) بين أن: <math>(n+1)^p \equiv n^p + 1 [2p]</math></p> <p>(2) بين أن: <math>n^{p^2} \equiv n^p [p^2]</math></p>		
<p><b>تمرين 5:</b> <math>n</math> عدد صحيح طبيعي أكبر من 1. (السؤالان مستقلان)</p> <p>(1) بين أن العدد: <math>A_n = n^4 + n^2 + 1</math> غير أولي.</p> <p>(2) بين أن التفكيك الأولي للعدد <math>A_n</math> لا يحتوي على العدد 2</p> <p>(3) بين أن: <math>n \wedge 3 = 1 \Rightarrow 3 / A_n</math></p>		
<p><b>تمرين 6:</b> <math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> أعداد من <math>\mathbb{N}^*</math> حيث <math>x &gt; 1</math>، نضع: <math>a \wedge b = d</math></p> <p>(1) بين أن: <math>(x^d - 1) / (x^a - 1) \wedge (x^b - 1)</math></p> <p>(2) نعتبر المعادلة: <math>(E) \quad ax + by = d</math></p> <p>أ) بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا <math>(x_0, y_0)</math> في <math>\mathbb{Z}^2</math></p> <p>ب) حل في <math>\mathbb{Z}^2</math> المعادلة (E)</p> <p>ج) استنتج أن: <math>\exists (u, v) \in \mathbb{N}^2 \quad / \quad au - bv = d</math></p> <p>د) تحقق أن: <math>(x^{au} - 1) - (x^{bv} - 1)x^d = (x^d - 1)</math></p> <p>(3) استنتج مما سبق أن: <math>(x^a - 1) \wedge (x^b - 1) = (x^{a \wedge b} - 1)</math></p>		