

التمرين 1 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر المنحنيين (E) و (H) حيث :

$$(E) : (2x - 4)^2 + y^2 = 36$$

$$(H) : y^2 - (2x + 4)^2 = 4$$

1. حدد طبيعة كل من المنحنيين (E) و (H) ثم حدد العناصر المميزة لكل منهما.

2. نعتبر المنحنى (Γ) المعرف بالمعادلة :

$$4x|x| + y^2 - 16x - 20 = 0$$

أ- بين أن (Γ) هو اتحاد جزء من (E) و جزء من (H) .

ب- أنشئ (Γ) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

التمرين 2 :

المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

نعتبر الهذلول (\mathcal{H}) الذي معادلته : $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$.

1. أ- حدد رأسي (\mathcal{H}) وبؤرتيه F و F' ومقاربيه .

ب- أنشئ (\mathcal{H}) .

2. حدد معادلة المماس (T) للهذلول (\mathcal{H}) في النقطة $M_0(\sqrt{5}, 4)$.

3. بين أن المسقط العمودي للبؤرة F على (T) ينتمي إلى الدائرة التي مركزها O وشعاعها 1.

التمرين 3 :

المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. نعتبر النقطتين $F(3, 2)$ و $F'(1, 2)$. ولتكن (E) مجموعة

النقط M بحيث : $MF + MF' = 4$.

أ- حدد طبيعة (E) .

ب- أكتب المعادلة المختصرة ل (E) .

2. ليكن (\mathcal{H}) الهذلول الذي معادلته : $3x^2 - 4y^2 - 12x = 0$.

أعط المعادلة المختصرة ل (\mathcal{H}) . حدد رأسي (\mathcal{H}) .

3. أنشئ (E) و (\mathcal{H}) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

التمرين 4 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر

المجموعتين (E) و (\mathcal{H}) المعرفتين على التوالي بالمعادلتين :

$$(E) : 4y^2 = -9x^2 + 36x$$

$$(\mathcal{H}) : 4y^2 = 9x^2 - 36x$$

1. بين أن (E) إهليلج محدد مركزه ورؤوسه .

2. بين أن (\mathcal{H}) هذلول محدد رأسيه ومقاربيه .

3. أنشئ في المستوى المنسوب إلى المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) المجموعة (Γ)

المعرفة بالمعادلة : $4y^2 = |9x^2 - 36x|$.

التمرين 5 :

المستوى (\mathcal{P}) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) . نعتبر في (\mathcal{P}) المخروطي (Γ) الذي بؤرته النقطة $F(1, 3)$ ودليله المرتبط

بالبؤرة F هو المستقيم (D) الذي معادلته : $y = \frac{25}{3}$ و تباعده

المركزي $e = \frac{3}{5}$.

1. أ- حدد طبيعة المخروطي (Γ) وتحقق من أن (Γ) هي مجموعة

النقط M التي تحقق : $25MF^2 = 9MH^2$.

ب- بين أن : $25x^2 + 16y^2 - 50x - 375 = 0$ معادلة ديكارتية للمخروطي (Γ) .

2. بين أن النقطة $\Omega(1, 0)$ هي مركز المخروطي (Γ) وأن معادلته

المختصرة في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ هي : $1 = \frac{X^2}{16} + \frac{Y^2}{25}$ ثم

أنشئ (Γ) .

التمرين 6 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر

النقطة $\Omega(-1, 1)$ والهذلول (\mathcal{H}) الذي معادلته :

$$x^2 - 9y^2 + 2x + 18y - 17 = 0$$

1. أ- بين أن المعادلة المختصرة للهذلول (\mathcal{H}) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $\frac{X^2}{9} - Y^2 = 1$.

ب- حدد رأسي (\mathcal{H}) وبؤرتيه F و F' ومقاربيه في المعلم

(O, \vec{i}, \vec{j}) .

2. أنشئ الهذلول (\mathcal{H}) .

التمرين 7 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر

النقطتين $F(0, \sqrt{5})$ و $F'(0, -\sqrt{5})$ و مجموعة النقط

$M(x, y)$ بحيث : $|MF - MF'| = 4$.

1. حدد طبيعة المجموعة (E) .

2. أ- بين أن : $MF^2 - MF'^2 = -4y\sqrt{5}$.

ب- استنتج أن : $MF^2 = \left(2 - y \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$.

ج- بين أن المعادلة المختصرة للمجموعة (E) هي : $x^2 - \frac{y^2}{4} = -1$.

3. أنشئ المجموعة (E) .

التمرين 8 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر

النقطتين $F(0, 4)$ و $F'(0, -4)$ و مجموعة النقط $M(x, y)$

التمرين 12 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر المجموعة $(E) : 5x^2 + 5y^2 + 8xy - 9 = 0$.

وليكن $r = R \left(O, \frac{\pi}{4} \right)$ الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

وليكن (O, \vec{u}, \vec{v}) المعلم المتعامد الممنظم صورة المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) بالدوران r .

1. أكتب معادلة (E) بالنسبة للمعلم (O, \vec{u}, \vec{v}) ثم استنتج طبيعة (E)
2. حدد العناصر المميزة للمجموعة (E) ثم أنشئ (E) .

التمرين 13 :

في المستوى (\mathcal{P}) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر المخروطي (Γ_m) المعرف بمعادلته الديكارتية :

$$mx^2 + (2m - 7)y^2 + (m - 4)x - m = 0$$

حيث m بارامتر حقيقي و $m \in \mathbb{R} - \left\{ 0, \frac{7}{2} \right\}$.

1. أ- حدد مجموعة الأعداد الحقيقية m التي يكون من أجلها (Γ_m) إهليلجا .
ب- حدد العناصر المميزة ل (Γ_4) (البؤرتان و الدليلان و التباعد المركزي) ثم أنشئ (Γ_4) .

2. لكل n من \mathbb{N} نعتبر النقطة M_n ذات الأفضول x_n المعرفة كالتالي M_0 هي النقطة O . نحصل على M_{n+1} انطلاقا من M_n بالطريقة التالية :

المستقيم المار من M_n والموازي للمستقيم (D) ذي المعادلة :

$y = -x$ يقطع (Γ_4) في نقطتين إحداهما أفضولها سالب نسميها E_n و E'_n مماثلة النقطة E_n بالنسبة لمحور الأرتاب .

M'_n هي المسقط العمودي ل E'_n على محور الأفاصيل وتكون

M_{n+1} هي منتصف القطعة $[M_n M'_n]$.

أ- بين أن $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هي المتتالية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{n+1} = f(x_n) \end{cases}, \quad n \in \mathbb{N}$$

حيث: $f(x) = \frac{1}{5}(\sqrt{5-x^2} + 2x)$

- ب- بين أن $\exists k \in]0, 1[/ \forall x \in [0, 1] : |f'(x)| \leq k$
- ج- بين باستعمال مبرهنة التزايد المتناهية أن :

$$\forall n \in \mathbb{N} : \left| x_{n+1} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right| \leq k \left| x_n - \frac{\sqrt{2}}{2} \right|$$

د- استنتج أن المتتالية العددية $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$



بالتوفيق إنشاء الله



بحيث : $MF + MF' = 10$

1. حدد طبيعة المجموعة (E) .

2. أ- بين أن $MF^2 - MF'^2 = -16y$.

ب- استنتج أن $MF = 5 - \frac{4}{5}y$.

ج- بين أن $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

3. أنشئ المجموعة (E) .

التمرين 9 :

المستوى (\mathcal{P}) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

نعتبر (Γ) مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق: $16y^4 = (x^2 - 4)^2$

1. أ- بين أن $16y^4 = (x^2 - 4)^2$ تكافئ

$$(x^2 - 4y^2 - 4)(x^2 + 4y^2 - 4) = 0$$

ب- استنتج أن (Γ) هي اتحاد هذلول (\mathcal{H}) وإهليلج (E) .

2. أ- حدد رأسي (\mathcal{H}) وبؤرتيه ومقاربيه .

ب- تحقق من أن $M_0 \left(\sqrt{3}, \frac{1}{2} \right)$ تنتمي إلى الإهليلج (E) وحدد

معادلة ديكارتية لمماس (E) في النقطة M_0 .

3. أنشئ المجموعة (Γ) .

التمرين 10 :

المستوى (\mathcal{P}) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) . نعتبر في

(\mathcal{P}) المخروطي (Γ) الذي بؤرته النقطة $F(2, 1)$ ودليله المرتبط

بالبؤرة F هو المستقيم (D) الذي معادلته : $x = \frac{1}{2}$ و تباعده

المركزي $e = 2$.

1. أ- حدد طبيعة المخروطي (Γ) وتحقق من أن (Γ) هي مجموعة

النقط M التي تحقق $MF^2 = 4MH^2$.

ب- بين أن $3x^2 - y^2 + 2y - 4 = 0$ هي معادلة ديكارتية

للمخروطي (Γ) .

2. أ- بين أن النقطة $\Omega(0, 1)$ هي مركز المخروطي (Γ) وحدد رأسيه

ومقاربيه في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

ب- أنشئ المخروطي (Γ) .

التمرين 11 :

في المستوى (\mathcal{P}) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر

المجموعة (E) المعرفة بالمعادلة : $x^2 - 2y^2 + 4xy - 12 = 0$

نضع : $\vec{u} = \frac{2\sqrt{5}}{5}\vec{i} + \frac{\sqrt{5}}{5}\vec{j}$ و $\vec{v} = -\frac{\sqrt{5}}{5}\vec{i} + \frac{2\sqrt{5}}{5}\vec{j}$

1. بين أن (O, \vec{u}, \vec{v}) معلم متعامد ممنظم للمستوى (\mathcal{P}) .

2. أكتب معادلة المنحنى (E) بالنسبة للمعلم (O, \vec{u}, \vec{v}) .

3. استنتج طبيعة وعناصر المجموعة (E) .