الإمتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا الدورة الاستدراكية 2004	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والإمتحانات	مادة الرياضيات مسلك العلوم الرياضية أ و ب المعامل 10 مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : (2,5 ن)

يحتوي كيس على 10 كرات بيضاء و 10 كرات حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس، نسحب عشوائيا كرة من الكيس . إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت بيضاء نضع بدلها 3 كرات حمراء في الكيس ثم نسحب كرة من الكيس.

① أحسب الإحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان حمراوين. 0,50 ن

② أحسب الإحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان بيضاوين. 0,50 ن

③ أحسب الإحتمال لكي تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين. 0,75 ن

④ أحسب الإحتمال لكي تكون الكرة الأولى المسحوبة بيضاء علما أن الكرة الثانية المسحوبة بيضاء. 0,75 ن

التمرين الثاني : (3,0 ن)

① حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $\boxed{(E)\ :\ 3x-2y=1}$. 0,75 ن

② ليكن $n\in\mathbb{N}$.

ⓐ بين أن : $(14n+3\ ,\ 21n+4)$ حل للمعادلة (E) . 0,25 ن

ⓑ استنتج أن العددين $(14n+3)$ و $(21n+4)$ أوليان فيما بينهما . 0,50 ن

③ ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين $(2n+1)$ و $(21n+4)$.

ⓐ بين أن : $d=1$ أو $d=13$. 0,50 ن

ⓑ بين أن : $n\equiv 6[13] \iff d=13$. 0,25 ن

④ من أجل كل عدد صحيح طبيعي n بحيث $n\geq 2$ نضع :

$\boxed{A=21n^2-17n-4}$ و $\boxed{B=28n^3-8n^2-17n-3}$

ⓐ بين أن العددين A و B قابلين للقسمة على $(n-1)$ في المجموعة $\mathbb{Z}$. 0,25 ن

ⓑ حدد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر لـ A و B . 0,50 ن

التمرين الثالث : (4,0 ن)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$

① ليكن a عددا عقديا غير منعدم مكتوب في شكله الجبري التالي : $a = \alpha + i\beta$.

لتكن $(\mathcal{H})$ مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق : $z^2 - (\bar{z})^2 = a^2 - (\bar{a})^2$.

أ) حدد طبيعة $(\mathcal{H})$. — 0,50 ن

ب) أنشىء $(\mathcal{H})$ في الحالة : $a = 1 + i$. — 0,50 ن

② لتكن $(\mathcal{C})$ مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق $(z - a)(\bar{z} - \bar{a}) = 4a\bar{a}$.

أ) حدد طبيعة $(\mathcal{C})$. — 0,75 ن

ب) أنشىء $(\mathcal{C})$ في الحالة : $a = 1 + i$. — 0,25 ن

③ نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ النظمة التالية :

$$(\mathcal{S}) : \begin{cases} z^2 - (\bar{z})^2 = a^2 - (\bar{a})^2 \\ (z - a)(\bar{z} - \bar{a}) = 4a\bar{a} \end{cases}$$

نضع : $u = z - a$.

أ) بين أن النظمة $(\mathcal{S})$ تكافىء النظمة : — 0,75 ن

$$(\mathcal{S}') : \begin{cases} u\bar{u} = 4a\bar{a} \\ (u + 2a)(u^3 - 8a(\bar{a})^2) = 0 \end{cases}$$

ب) نضع $a = re^{i\theta}$ حيث $r > 0$ و $-\pi \le \theta \le \pi$. — 0,75 ن

حدد بدلالة r و θ ألحاق نقط تقاطع $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{H})$.

ج) استنتج أن تقاطع $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{H})$ يتضمن ثلاث نقط و هي رؤوس لمثلث متساوي الأضلاع . — 0,50 ن

التمرين الرابع : (10,5 ن)

(I) لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي : $f(x) = 4xe^{-x\ln 2} - 2$ و $g(x) = \dfrac{\ln(2x)}{x}$

و ليكن $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{T})$ المنحنيين الممثلين للدالتين f و g على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① أ) أحسب نهايتي f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$. — 0,75 ن

ب) حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(\mathcal{C})$. — 0,50 ن

② أ) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) \; ; \; f'(x) = 4(1 - x\ln 2)e^{-x\ln 2}$. — 0,75 ن

ب) اعط جدول تغيرات الدالة f . — 0,75 ن

بين أن العددين 1 و 2 هما الحلين الوحيدين للمعادلة $f(x) = 0$

③ أدرس الدالة g : الفروع اللانهائية – النهايات – التغيرات. — 0,75 ن

④ ارسم $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{T})$ في نفس المعلم . $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4cm)$ — 0,50 ن

تحديد نقط الإنعطاف غير مطلوب نأخذ : $\dfrac{1}{\ln 2} \approx 1{,}4$ و $\dfrac{1}{e} \approx 0{,}4$ و $e \approx 2{,}7$ و $\ln 2 \approx 0{,}7$

(II) ليكن k عددا حقيقيا بحيث : $0 < k < \frac{2}{e}$

0,75 ن ① أ تحقق مبيانيا أن المعادلة $g(x) = k$ تقبل حلين مختلفين لـ α و β بحيث : $\frac{1}{2} < \alpha < \beta$

0,75 ن ب حدد قيمة k بحيث يكون α و β هما حلا المعادلة $f(x) = 0$.

نعتبر الدالة العددية f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\boxed{f_k(x) = 4xe^{-kx} - 2}$.

0,50 ن ② أ تأكد من أن : $f'_k(x) = 4(1-kx)e^{-kx}$; $(\forall x \epsilon \mathbb{R})$.

0,50 ن ب إعط جدول تغيرات f_k .

0,50 ن ③ أ استنتج أن المعادلة $f_k(x) = 0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين a و b . بحيث : $a < \frac{1}{k} < b$

0,75 ن ب بين أن $a = \alpha$ و $b = \beta$

0,75 ن ④ أ باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $(\forall t \epsilon \mathbb{R})$; $\int_0^t xe^{-kx}\,dx = \frac{1}{k^2}(1 - kte^{-kt} - e^{-kt})$

0,75 ن ب أحسب التكامل : $I_k = \int_\alpha^\beta f_k(x)dx$ بدلالة α و β .

0,50 ن ج استنتج أن : $\ln(2\alpha) \cdot \ln(2\beta) \leq 1$

0,75 ن ⑤ بين أنه إذا كان u و v عددان حقيقيان مختلفين موجبين قطعا . بحيث : $\frac{\ln(u)}{u} = \frac{\ln(v)}{v}$

فإن : $\ln(u) \cdot \ln(v) \leq 1$