السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	البنيات الجبرية	سلسلة 1

تمرين 1 : لكل $(x,y)\in IR^2$ نضع : $x*y=\ln(\exp(x)+\exp(y))$ (exp يرمز لدالة الأس النبيري)

1) بين أن * تبادلي و تجميعي
2) بين أن * لا يقبل أي عنصر محايد في IR
3) بين أن : $\forall n\in IN^*\quad \underbrace{x*x*....*x}_{n\ fois}=\ln(n)+x$
4) بين أن : $]0;+\infty[$ جزء مستقر من $(IR,*)$
5) بين أن : $]-\infty;0[$ ليس جزءا مستقرا من $(IR,*)$

تمرين 2 : لكل $(x,y)\in E^2$ حيث $E=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ نضع : $x*y=x+y-2xy$

1) بين أن * قانون تركيب داخلي
2) بين أن * تبادلي و تجميعي
3) هل * يقبل عنصرا محايدا في E ؟
4) بين أن : $\forall n\in IN^*\quad \underbrace{x*x*....*x}_{n\ fois}=\frac{1}{2}\left(1-(1-2x)^n\right)$

تمرين 3 : لكل $(x,y)\in E^2$ حيث $E=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ نضع : $xTy=xy-x-y+2$

1) تحقق أن : $\forall x\in IR\quad xTy=(x-1)(y-1)+1$
2) بين أن T قانون تركيب داخلي
3) بين أن T تبادلي و تجميعي
4) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في E
5) بين أن كل عنصر x من E يقبل مماثلا بالنسبة للقانون T
6) بين أن جميع عناصر المجموعة E منتظمة
7) بين أن المجال $]1;+\infty[$ جزء مستقر بالنسبة للقانون T

تمرين 4 : لكل $(x,y)\in]-1;1[^2$ نضع : $xTy=\frac{y-x}{1-xy}$

1) بين أن T قانون تركيب داخلي
2) هل T تبادلي ؟ تجميعي ؟

تمرين 5 : لكل $(x,y)\in]-1;1[^2$ نضع : $xTy=\frac{x+y}{1+xy}$

1) بين أن T قانون تركيب داخلي و أنه تبادلي و تجميعي
2) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في E
3) بين أن كل عنصر x من $]-1;1[$ يقبل مماثلا بالنسبة للقانون T

$f:]-1;1[\to IR$

4) نعتبر التطبيق : $x\mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

أ) بين أن f تشاكل من $(]-1;1[,T)$ نحو $(IR,+)$

ب) بين أن التشاكل f تقابلي و حدد تقابله العكسي

ج) احسب بدلالة n و a التعبير : $a_n=\underbrace{aTaT....Ta}_{n\ fois}$ حيث $n\in IN^*$ و $a\in]-1;1[$