تصحيح امتحان الوطني للفيزياء والكيمياء الدورة العادية 2014
العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الاول : دراسة محلول الامونياك والهيدروكسيلامين

1-تحضير محلول حمض الكلوريدريك

1.1-تعبير كمية مادة الحمض $n(HC\ell)$ والتحقق من قيمة C_0 :

كمية مادة الحمض تكتب :

$$n(HC\ell)=\frac{m(HC\ell)}{M(HC\ell)}$$

النسبة الكتلية P للحمض تمثل كتلة الموجودة في $100g$ من المحلول أي: $P=\frac{m(HC\ell)}{m_S}\Rightarrow m(HC\ell)=P.m_S$

الكتلة الحجمية للمحلول تكتب :

$$\rho_S=\frac{m_S}{V}=d.\rho\quad\Rightarrow m_S=d.\rho.V$$

كمية مادة الحمض تكتب :

$$n(HC\ell)=\frac{m(HC\ell)}{M(HC\ell)}=\frac{P.m_S}{M(HC\ell)}=\frac{P.d.\rho.V}{M(HC\ell)}$$

تركيز المحلول التجاري ذي الحجم V هو :

$$C_0=\frac{n(HC\ell)}{V}\Rightarrow C_0=\frac{P.d.\rho}{M(HC\ell)}$$

ت.ع:

$$C_0=\frac{0{,}37\times1{,}15\times10^3}{36{,}5}\approx11{,}6\,mol.L^{-1}$$

1.2-حساب حجم المحلول التجاري لعملية التخفيف :

حسب علاقة التخفيف :

$$\underbrace{C_0.V_0}_{\text{المحلول البدئي}}=\overbrace{C_A.V_A}^{\text{المحلول المخفف}}$$

$$V_0=\frac{C_A.V_A}{C_0}\Rightarrow V_0=\frac{0{,}015\times1}{11{,}6}\approx1{,}3.10^{-3}\,L=1{,}3\,mL$$

2-دراسة بعض خاصيات قاعدة مذابة في الماء :

2.1-إثبات تعبير K_A :

الجدول الوصفي لتفاعل القاعدة B مع الماء :

المعادلة الكيميائية		$B_{(aq)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$ ⇄	$BH^+_{(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	CV	وفير	0	0
حالة التحول	x	$CV-x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$CV-x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

المتفاعل المحد هو B لأن الماء مستعمل بوفرة ومنه :

$$C.V-x_{max}=0\ \Rightarrow x_{max}=C.V$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases}[BH^+]_{éq}=[HO^-]_{éq}=\dfrac{x_{éq}}{V}\\[B]=\dfrac{CV-x_{éq}}{V}=C-\dfrac{x_{éq}}{V}=C-[HO^-]_{éq}\end{cases}$$

نسبة التقدم النهائي :

$$\tau=\frac{x_f}{x_{max}}\Rightarrow\tau=\frac{[HO^-]_{éq}}{C}\Rightarrow[HO^-]_{éq}=C.\tau$$

حسب تعريف ثابتة الحمضية للمزدوجة BH^+/B:

$$K_A=\frac{[H_3O^+]_{éq}.[B]_{éq}}{[BH^+]_{éq}} \Rightarrow K_A=\frac{[H_3O^+]_{éq}.(C-[HO^-]_{éq})}{[HO^-]_{éq}}$$

$$[H_3O^+]_{éq}=\frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}$$

$$K_A=\frac{K_e.(C-[HO^-]_{éq})}{[HO^-]^2{}_{éq}} \Rightarrow K_A=\frac{K_e.(C-C.\tau)}{(C.\tau)^2} \Rightarrow K_A=\frac{K_e}{C}.\frac{(1-\tau)}{\tau^2}$$

2.2-حساب τ_1 ل NH_3 و τ_2 ل NH_2OH :

تعبير نسبة التقدم النهائي :

$$\tau=\frac{x_f}{x_{max}} \Rightarrow \tau=\frac{[HO^-]_{éq}}{C}$$

مع: $[HO^-]_{éq}=\frac{K_e}{[H_3O^+]_{éq}}=\frac{K_e}{10^{-pH}}=K_e.10^{pH}$

$$\tau=\frac{K_e.10^{pH}}{C}$$

-بالنسبة للأمونياك : $\tau_1=\frac{K_e.10^{pH_1}}{C}$ **ت.ع:** $\tau_1=\frac{10^{-14}\times10^{10,6}}{1,0.10^{-2}}=0,0398$ **أي:** $\tau_1=3,98\ \%$

-بالنسبة للهيدروكسيلامين : $\tau_2=\frac{K_e.10^{pH_2}}{C}$ **ت.ع:** $\tau_2=\frac{10^{-14}\times10^{9,0}}{1,0.10^{-2}}=10^{-3}$ **أي:** $\tau_2=0,1\ \%$

2.3-حساب pK_{A_1} و pK_{A_2} :

-بالنسبة للأمونياك : $K_{A_1}=\frac{K_e}{C}.\frac{(1-\tau_1)}{\tau_1^2}$ **ت.ع:** $K_{A_1}=\frac{10^{-14}}{1,010^{-2}}.\frac{(1-0,0398)}{(0,0398)^2}=6,06.10^{-10}$

ومنه $pK_{A_1}=-logK_{A_1}=9,2$

-بالنسبة للهيدروكسيلامين : $K_{A_2}=\frac{K_e}{C}.\frac{(1-\tau_2)}{\tau_2^2}$ **ت.ع:** $K_{A_2}=\frac{10^{-14}}{1,010^{-2}}.\frac{(1-10^{-3})}{(10^{-3})^2}=1,0.10^{-6}$

ومنه $pK_{A_2}=-logK_{A_2}=6$

3-المعايرة حمض قاعدة لمحلول مخفف للأمونياك :

3.1-معادلة تفاعل المعايرة :

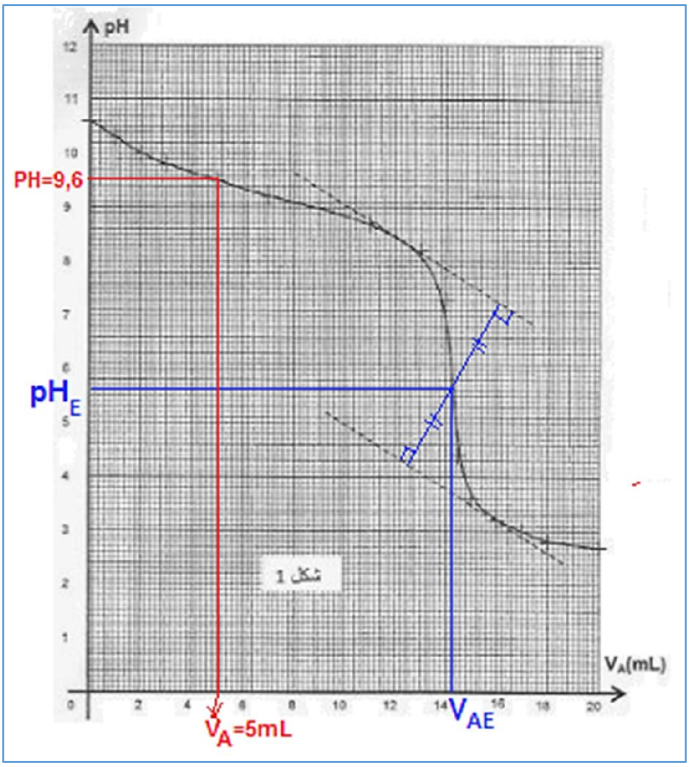
$$NH_{3(aq)}+H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow NH_4^+{}_{(aq)}+H_2O_{(\ell)}$$

3.2-حساب نسبة التقدم النهائي بالنسبة للحجم $V_A=5mL$:

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$NH_{3(aq)}+H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow NH_4^+{}_{(aq)}+H_2O_{(\ell)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
البدئية	0	$C_B.V$	$C_A.V_A$	0	وفير
التوازن	$x_{éq}$	$C_B.V-x_{éq}$	$C_A.V_A-x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير

لدينا باستعمال المبيان عند الحجم $V_A = 5\,mL$ نجد : $pH = 9{,}6$ قبل التكافؤ يكون المتفاعل المحد هو H_3O^+ نكتب :



$$C_A.V_A - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_A.V_A$$

من جدول التقدم نكتب :

$$[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} = \frac{C_A.V_A - x_{éq}}{V_A + V} \Rightarrow C_A.V_A - x_{éq} = 10^{-pH}.(V_A + V)$$

$$\Rightarrow x_{éq} = C_A.V_A - 10^{-pH}.(V_A + V)$$

نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = \frac{C_A.V_A - 10^{-pH}.(V_A + V)}{C_A.V_A} = 1 - \frac{10^{-pH}.(V_A + V)}{C_A.V_A}$$

ت.ع:

$$\tau = 1 - \frac{10^{-9{,}6}.(5 + 20)}{0{,}015 \times 5} \approx 1 = 100\%$$ ← تفاعل المعايرة كلي

3.3-باستعمال طريقة المماسات نجد :

$$V_{AE} \approx 14{,}2\,mL \quad ، \quad pH_E \approx 5{,}7$$

علاقة التكافؤ : $C'.V = C_A.V_{AE}$ أي: $C' = \frac{C_A.V_{AE}}{V}$

ت.ع: $C' = \frac{0{,}015 \times 14{,}2}{20} = 1{,}06.10^{-2}\,mol.L^{-1}$

حسب علاقة التخفيف : $C_B = 1000C' = 1000 \times 1{,}06.10^{-2} = 10{,}6\,mol.L^{-1}$

3.4-الكاشف الملون الملائم لهذه المعايرة هو الذي منطقة انعطافه تضم نقطة التكافؤ .

$5{,}2 < pH_E = 5{,}7 < 6{,}8$ **الكاشف الملون المناسب هو أحمر الكلوروفينول .**

الجزء الثاني : تحضير فلز بالتحليل الكهربائي

1-دراسة التحول الكيميائي

1.1-معادلات التفاعل الممكن أن تحدث عند كل إلكترود :

-بجوار الانود تحدث أكسدة أنودية للمختزل H_2O **:**

$$H_2O_{(l)} \rightleftarrows \frac{1}{2}O_2 + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$

-بجوار الكاثود يحدث اختزال للمؤكسدان : Zn^{2+} **و** H^+ **:**

$$Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows Zn_{(S)}$$

$$2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows H_{2(g)}$$

1.2-العلاقة بين Q كمية الكهرباء و x تقدم التحليل :

المعادلة الكيميائية		$Zn^{2+}_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} \rightleftarrows Zn_{(s)} + 2H^+_{(aq)} + \frac{1}{2}O_{2(g)}$					كمية مادة e^- المتبادلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب $(mo\ell)$					
الحالة البدئية	0	$n_0(Zn^{2+})$	وفير	0	$n_0(H^+)$	0	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	x	$n_0(Zn^{2+}) - x$	وفير	x	$n_0(H^+) - x$	$\frac{1}{2}x$	$n(e^-) = 2x$

باستعمال الجدول الوصفي نكتب :

$$n(e^-) = 2x$$

كمية الكهرباء Q :
$$Q = n(e^-).F \Rightarrow Q = 2x.F \quad (*)$$

2-استغلال التحول الكيميائي :

2.1-حساب m كتلة الزنك المتوضعة :

حسب الجدول الوصفي : $n(Zn) = x$ مع : $n(Zn) = \frac{m}{M(Zn)}$

العلاقة $(*)$ تكتب : $x = \frac{Q}{2F} = \frac{I.\Delta t}{2F}$

نستنتج : $\frac{m}{M(Zn)} = \frac{I.\Delta t}{2F} = x$ أي: $m = \frac{I.\Delta t.M(Zn)}{2F}$

تطبيق عددي :
$$m = \frac{80.10^3 \times 48 \times 3600 \times 65,4}{2 \times 96500} \approx 4,68.10^6\ g = 4,68.10^3\ kg$$

2.2-حساب V حجم ثنائي الاوكسيجين :

حسب الجدول الوصفي : $n(O_2) = \frac{x}{2}$ مع : $n(O_2) = \frac{V_{th}}{V_m}$ أي: $x = \frac{2V_{th}}{V_m}$

العلاقة (*) تكتب : $x = \frac{I.\Delta t}{2F} = \frac{2V_{th}}{V_m}$ أي: $V_{th} = \frac{I.\Delta t.V_m}{4F}$

مردود التفاعل يكتب : $r = \frac{V_{exp}}{V_{th}}$ ومنه : $V_{exp} = r.V_{th} = r.\frac{I.\Delta t.V_m}{4F}$

تطبيق عددي :
$$V_{exp} = 0,8 \times \frac{80.10^3 \times 48 \times 3600 \times 24}{4 \times 96500} = 687,6.10^3 L = 687,6\ m^3$$

الفيزياء

تمرين 1 : الفيزياء النووية في المجال الطبي

-النشاط الاشعاعي لنويدة الفوسفور $^{32}_{15}P$:

1.1-معادلة التفتت :

$$^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$$

قوانين الانحفاظ :

$$32 = A + 0 \rightarrow A = 32$$
$$15 = Z - 1 \rightarrow Z = 16$$

1.2-الطاقة المحررة عند تفتت نويدة واحدة من الفوسفور $^{32}_{15}P$:

$$E_{libérée} = |m(Y) + m(e^-) - m(P)| = |[31,9822 + 5,485.10^{-4} - 31,9840]u.c^2|$$

$$E_{libérée} = 1,2515.10^{-3} \times 931,5\ MeV.c^{-2}.c^2 = 1,1658\ MeV$$

2-حقن الوريدي بالفوسفور $^{32}_{15}P$:

2.1-النشاط الاشعاعي $1Bq$ هو تفتت واحد في الثانية .

2.2-أ-حساب Δt المدة الزمنية اللازمة ليصبح $a_2 = 20\%\ a_1$

قانون التناقص الاشعاعي :

$$a = a_0 e^{-\lambda t}$$

لدينا :

$$\left| \begin{array}{l} a_1 = a_0 e^{-\lambda t_1} \\ a_2 = a_0 e^{-\lambda t_2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{e^{-\lambda . t_1}}{e^{-\lambda . t_2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = lne^{\lambda(t_2 - t_1)} = \lambda.\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{1}{\lambda}.\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) = \frac{t_{1/2}}{ln2}.\ln\left(\frac{a_1}{0,20 a_1}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{14,3}{ln2}.\ln\left(\frac{1}{0,2}\right) = 33,2\ jours$$

ب-عدد النويدات المتفتتة خلال المدة Δt :

قانون التناقص الاشعاعي :

$$\left|\begin{array}{l} a_1 = \lambda . N_1 \\ a_2 = \lambda . N_2 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} N_1 = \frac{a_1}{\lambda} \\ N_2 = \frac{a_2}{\lambda} \end{array}\right. \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{a_1}{\lambda} - \frac{a_2}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}(a_1 - a_2) \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{t_{1/2}}{ln2}(a_1 - 0{,}20 a_1)$$

نستنتج :

$$N_2 - N_1 = \frac{t_{1/2}}{ln2} . 0{,}8\, a_1$$

ج-الطاقة المحررة خلال هذه المدة :

$$E'_{libérée} = N . E_{libérée}$$

حيث : $N = N_2 - N_1$ عدد النويدات المتفتتة

و $E_{libérée}$ الطاقة المحررة عند تفتت نويدة واحدة من ${}^{32}_{15}P$

العلاقة تصبح:

$$E'_{libérée} = (\, N_2 - N_1)\, E_{libérée} \quad \Rightarrow E'_{libérée} \; = \frac{t_{1/2}}{ln2} . 0{,}8\, a_1 . E_{libérée}$$

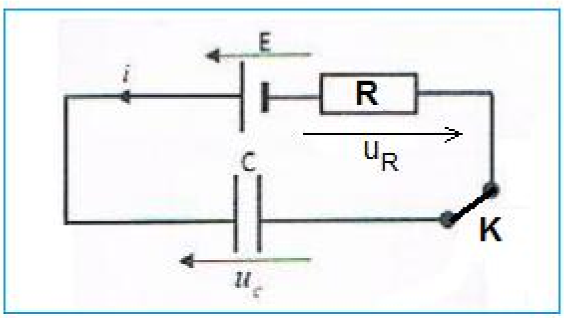
تطبيق عددي :

$$E'_{libérée} \; = \frac{14{,}3 \times 24 \times 3600}{ln2} \times 0{,}8 \; \times 2{,}5 . 10^5 \times 1{,}1658 = 4{,}156 . 10^{15} MeV$$

$$E'_{libérée} = 4{,}156 . 10^{15} \; \times 1{,}6 . 10^{-13} = 664{,}96\, J$$

تمرين 2 : دراسة شحن وتفريغ مكثف :

1-دراسة شحن وتفريغ مكثف :



1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i :

حسب قانون إضافية التوترات : $E = u_R + u_C$

$Ri + \frac{q}{C} = E$ بالاشتقاق نحصل على : $R . \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} . \frac{dq}{dt} = 0$

$R . \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} . i = 0$ نحصل على : $RC . \frac{di}{dt} + i = 0$

1.2-حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i = Ae^{-t/\tau}$ بالاشتقاق نحصل على : $\frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنحصل على :

$$\tau = RC \Leftarrow \; 1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \Leftarrow \; Ae^{-t/\tau}\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right) = 0 \Leftarrow \; RC . \left(-\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}\right) + Ae^{-t/\tau} = 0$$

حسب الشروط البدئية وباستعمال قانون إضافية التوترات : $R . i(0) + u_C(0) = E$ لدينا المكثف غير مشحون $(u_C = 0)$

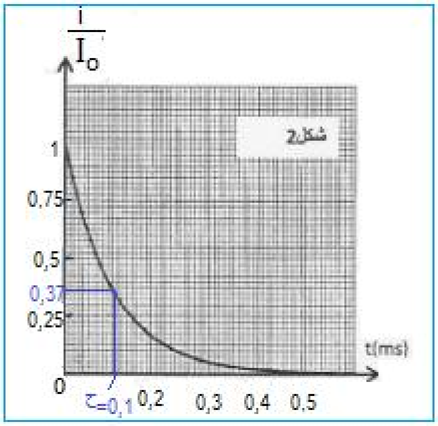
ومنه : $i(0) = I_0 = \frac{E}{R}$ حل المعادلة التفاضلية عند t=0 يكتب : $i(0) = I_0 = Ae^0 \; \Leftarrow A = I_0$

ومنه : $i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$

1.3-التعبير الحرفي ل u_C :

حسب قانون إضافية التوترات : $E = Ri + u_C \Leftarrow u_C = E - Ri \Leftarrow u_C = E - R.\frac{E}{R}e^{-t/\tau} \Leftarrow$

$$u_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



1.4-تحديد τ واستنتاج C :

عند اللحظة $t = \tau$ لدينا : $i(\tau) = I_0 e^{-\tau/\tau} = 0{,}37 I_0$ أي: $\frac{i}{I_0} = 0{,}37$

مبيانيا بالاسقاط نجد $\tau = 0{,}1\ ms = 1.10^{-4} s$

لدينا: $\tau = RC$ أي: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{1.10^{-4}}{100} = 10^{-6}\ F = 1\mu F$

1.5-إثبات العلاقة :

-عند نهاية الشحن نحصل النظام الدائم ويكون $u_C = E$ وتكون الطاقة المخزونة في المكثف في النظام الدائم : $E_e = \frac{1}{2}CE^2$

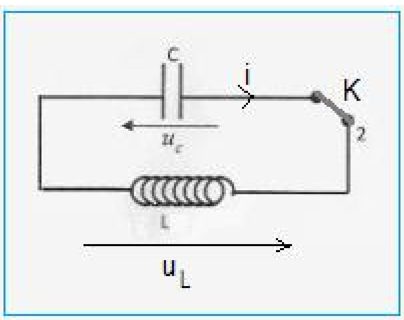
-عند اللحظة $t = \tau$ يكون التوتر $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-\tau/\tau}\right) = E(1 - e^{-1})$ والطاقة المخزونة في المكثف هي :

$$E_e(\tau) = \frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-1})^2$$

$$\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \frac{\frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-1})^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (1 - e^{-1})^2 \quad \Rightarrow \frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(1 - \frac{1}{e}\right)^2 = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2 = 0{,}40 = 40\%$$

$$J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(m_1 + m_2)g.d}{N_0^2}$$

2.1-مقاومة الوشيعة مهملة :



أ-إثبات المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافيةالتوترات : $u_L + u_C = 0$ أي: $L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ بالاشتقاق نحصل على : $L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0$

ومنه : $\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0$

ب-تحديد قيمة كل من I_m و φ :

حل المعادلة التفاضلية $\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0$ يكتب : $i(t) = I_m\cos(2\pi N_0 t + \varphi)$ ومنه : $\frac{di}{dt} = -2\pi N_0.I_m\sin(2\pi N_0 t + \varphi)$

حسب قانون إضافية التوترات : $u_C = -u_L = -L\frac{di}{dt} = 2\pi N_0.L.I_m\sin(2\pi N_0 t + \varphi)$

حسب الشروط البدئية لدينا المكثف مشحون كليا نكتب : $u_C(0) = E$ و $i(0) = 0$

$i(0) = I_m\cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ أو $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$u_C(0) = 2\pi N_0.L.I_m\sin\varphi = E \Rightarrow sin\varphi > 0$ ومنه : $\varphi = \frac{\pi}{2}$

لدينا : $2\pi N_0.L.I_m\sin\varphi = E \Rightarrow I_m = \frac{E}{2\pi N_0 Lsin(\frac{\pi}{2})}$ مع: $2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ومنه : $I_m = \frac{E}{\frac{L}{\sqrt{LC}}}$

$$I_m = E\sqrt{\frac{C}{L}} = 6\sqrt{\frac{10^{-6}}{0{,}2}} \Rightarrow I_m = 1{,}34.10^{-2}A$$

2.2-حساب E' طاقة المتذبذب عند اللحظة $t' = \frac{7}{4}T$ واستنتاج التغير $\Delta E = E' - E$

عند اللحظة t' تكون شدة التيار قصوية وتساوي $i = 10mA$ في حين يكون التوتر u_C منعدما

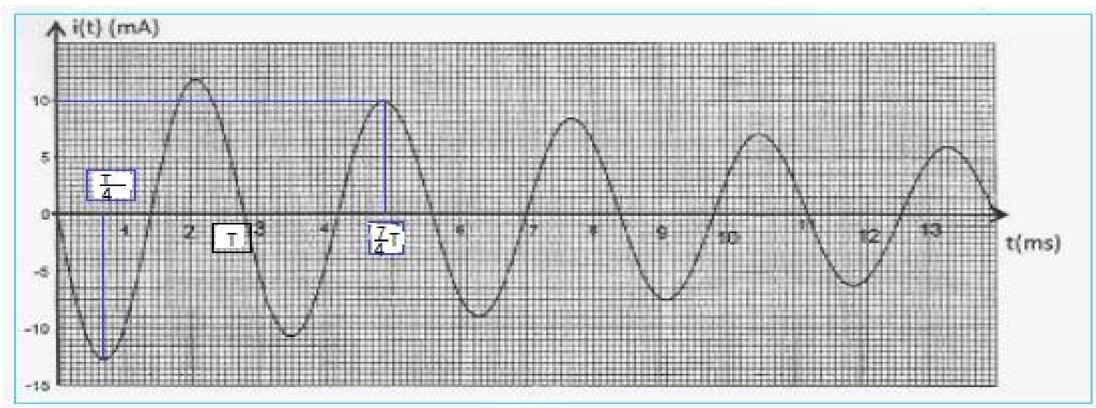
الطاقة الكلية تساوي : $E' = E_e + E_m = \frac{1}{2}Li^2$ ت.ع: $E' = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 0,01^2 = 10^{-5}\ A$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $i(0) = 0$ و $u_C(0) = E$ الطاقة الكلية تساوي : $E = E_e = \frac{1}{2}CE^2$

ت.ع: $E = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 6^2 = 1,8.10^{-5}\ J$

استنتاج التغير $\Delta E = E' - E$: $\Delta E = 10^{-5} - 1,8.10^{-5} = -8.10^{-6}\ J$

يعزى هذا التغير الى وجود مقاومة الوشيعة التي تؤدي الى تبدد الطاقة بمفعول جول .



2.3-أ-نبين أن الطاقة الكلية للمتذبذب عند اللحظة $t = nT$ يمكن على الشكل $E_n = E_0(1-p)^n$

نقبل أن الطاقة الكلية تتناقص بنسبة p=27,5% خلال كل شبه دور .

عند اللحظة t=T الطاقة الكلية للمتذبذب $E_1 = E_0 - pE_0 = E_0(1-p)$

عند اللحظة t=2T الكاقة الكلية للمتذبذب $E_2 = E_1 - pE_1 = E_1(1-p) = E_0(1-p)^2$

نعتبر ان العلاقة $E_n = E_0(1-p)^n$ صحيحة بالنسبة للحظة t=nT ونبين أنها تتحقق بالنسبة للحظة t=(n+1)T

$$E_{n+1} = E_n - pE_n = E_n(1-p) = E_0(1-p)^n(1-p) \Rightarrow E_{n+1} = E_0(1-p)^{n+1}$$

ب-حساب n عندما تتناقص الطاقة الكلية ب 96% من قيمتها البدئية :

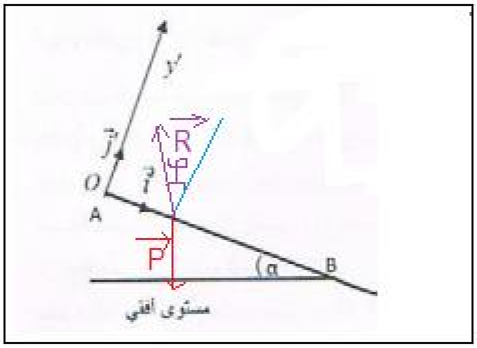
عند اللحظة t=nT يكون $E_n = (1-0,96)E_0 = 0,04E_0$

$$E_n = E_0(1-p)^n \Rightarrow \frac{E_n}{E_0} = (1-p)^n \Rightarrow n.\ln(1-p) = ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right) \Rightarrow n = \frac{ln\left(\frac{E_n}{E_0}\right)}{\ln(1-p)} = \frac{ln\left(\frac{0,04E_0}{E_0}\right)}{\ln(1-0,275)} = 10$$

التمرين 3:

الجزء الاول :دراسة حركة متزلج

1-دراسة القوى المطبقة على المتزلج بين A و B :



1.1-تعبير معامل الاحتكاك بدلالة a و g و α :

يخضع المتزلج لقوتين : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تاثير السطح المائل

نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

الاسقاط على المحور Ox : $mgsin\alpha - f = ma$

أي: $f = mgsin\alpha - ma$

الاسقاط على المحور Oy : $mgcos\alpha - R_N = 0$ أي: $R_N = mgcos\alpha$

لدينا: $tan\varphi = \frac{f}{R_N} = \frac{mgsin\alpha - ma}{m.gcos\alpha}$ نستنتج : $tan\varphi = tan\alpha - \frac{a}{g.cos\alpha}$

1.2-حساب التسارع a :

تعبير السرعة هو : $v = at + v_0$ مع : $v_0 = 0$ عند النقطة B السرعة تكتب : $v_B = at_B$ أي: $a = \frac{v_B}{t_B} = \frac{20}{10} = 2m.s^{-2}$

استنتاج قيمة معامل الاحتكاك : $tan\varphi = \tan(20°) - \frac{2}{9{,}8\times\cos(20°)} = 0{,}15$

1.3-تعبير شدة القوة $\vec{R}$

لدينا : $\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$ أي: $R = \sqrt{f^2+R_N^2} = \sqrt{R_N^2\left(1+\frac{f^2}{R_N^2}\right)} = R_N\sqrt{1+\left(\frac{f}{R_N}\right)^2}$ نستنتج : $R = mgcos\alpha\sqrt{1+tan\varphi^2}$

ت.ع : $R = 80\times 9{,}8\times\cos(20°)\sqrt{1+(0{,}147)^2} \approx 744{,}6\,N$

2-مرحلة القفز :

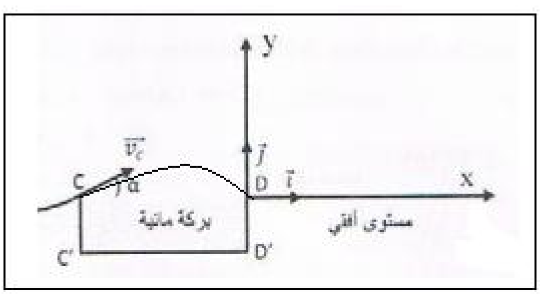
2.1-تحديد إحداثيات قمة المسار M

لدينا المعادلتان الزمنيتان: $\begin{cases} x(t) = v_C.cos\alpha.t - 15 \\ y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_C.sin\alpha.t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_C.cos\alpha.t \\ v_y = -g.t + v_C.sin\alpha \end{cases}$

عند قمة المسار تكون $v_y = 0$ أي: $-g.t_S + v_C.sin\alpha = 0 \Rightarrow t_S = \frac{v_S.sin\alpha}{g}$ نعوض في المعادلتين الزمنيتين :

$\begin{cases} x_S = v_C.cos\alpha.\frac{v_S.sin\alpha}{g} - 15 \quad = \frac{v_S^2.sin2\alpha}{2g} \\ y_S = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{v_S.sin\alpha}{g}\right)^2 + v_C.sin\alpha.\frac{v_S.sin\alpha}{g} = \frac{v_C^2.sin^2\alpha}{2g} \end{cases}$ ت.ع: $\begin{cases} x_S = \frac{(16{,}27)^2\times\sin(2\times 20)}{2\times 9{,}8} - 15 = -6{,}32m \\ y_S = \frac{(16{,}27)^2\times\sin^2(20)}{2\times 9{,}8} = 1{,}58\,m \end{cases}$

2.2-الشرط الذي يجب أن تحققه السرعة v_C لكي لا يسقط المتزلج في البركة المائية ويسقط على المستوى الافقي عند النقطةP هو : $x_P \geq 0$ و $y_P = 0$



الشرط $y_P = 0$ يعني : $y_P = -\frac{1}{2}.g.t_P^2 + v_C.sin\alpha.t_P = 0$

أي: $t_p\left(v_C.sin\alpha - \frac{g}{2}.t_P\right) = 0$ الحل : $t_P = 0$ غير مرغوب فيه

والحل $v_C.sin\alpha - \frac{g}{2}.t_P = 0$ أي: $t_P = \frac{2v_C.sin\alpha}{g}$ هو الحل المطلوب

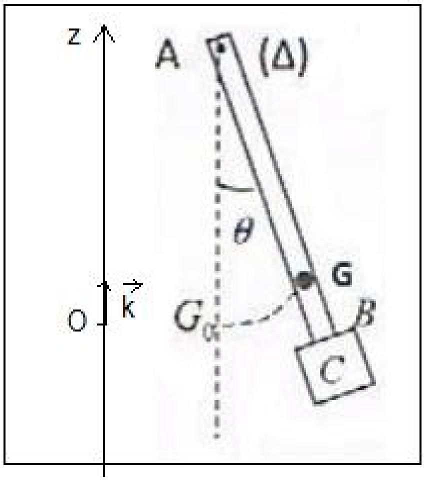
الشرط $x_P \geq 0$ يوافق $v_C.cos\alpha.t_P - 15 \geq 0$ أي: $v_C.cos\alpha.t_P.\frac{2v_C.sin\alpha}{g} - 15 \geq 0$

$\Rightarrow \frac{v_C^2.sin2\alpha}{g} - 15 \geq 0$

نحصل على : $v_C \geq \sqrt{\frac{15g}{sin2\alpha}}$

تطبيق عددي : $v_C \geq \sqrt{\frac{15\times9,8}{\sin(2\times20)}} = 15,12\ m.s^{-1}$ القيمة الدنوية للسرعة هي : $v_{C\,min} = 15,12\ m.s^{-1}$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية للنواس الوازن



1-تحديد موضع مركز القصور G للمجموعة :

1.1-تعبير E_m الطاقة الميكانيكية في حالة التذبذبات الصغيرة :

الطاقة الميكانيكية تكتب : $E_m = E_C + E_{PP}$ (*)

حيث $E_{PP} = (m_1+m_2)gz + Cte$

الحالة المرجعية $E_{PP}=0$ عند $z=0$ ومنه $Cte=0$ تعبير E_{PP} يصبح : $E_{PP}=(m_1+m_2)gz$

مع : $z = d - dcos\theta = d(1-cos\theta)$ باعتبار التذبذبات صغيرة نكتب : $cos\theta \approx 1-\frac{\theta^2}{2}$ أي:

$z = d\left(1-1+\frac{\theta^2}{2}\right) = d.\frac{\theta^2}{2}$

تعبير $E_{PP} = (m_1+m_2).gd\frac{\theta^2}{2}$

باعتبار الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ نكتب : $E_m = E_{pp\,max}$ حيث $\theta=\theta_m$ و $E_C = 0$

$$E_m = (m_1+m_2).gd\frac{\theta_m^2}{2}$$

1.2-استنتاج قيمة d بالاعتماد على المبيان :

الدالة $E_c = f(\theta^2)$ عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب

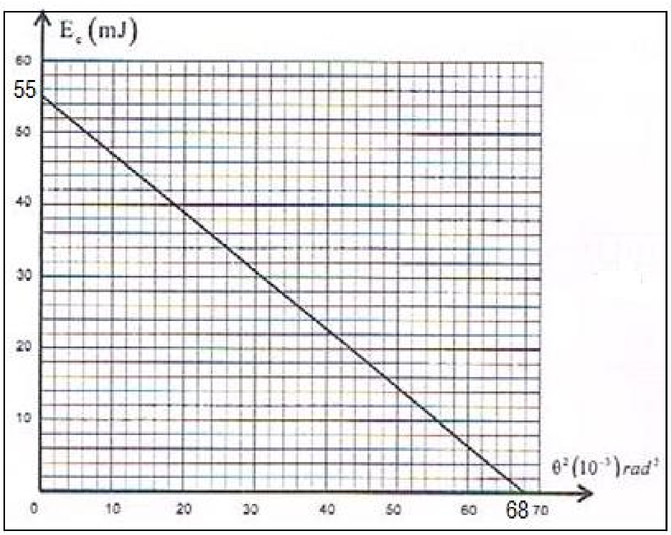
$E_c = a\theta^2 + b$ حيث a المعامل الموجه $a = \frac{\Delta E_C}{\Delta\theta^2} = \frac{55.10^{-3}-0}{0-68.10^{-3}} = -0,8J$

العلاقة (*) تكتب :

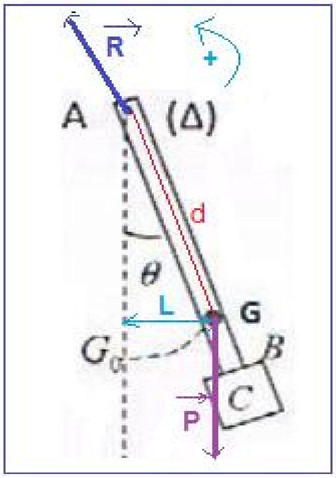
$$E_c = E_m - E_{PP} = E_m - (m_1+m_2).gd\frac{\theta^2}{2}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع معادلة المنحنى نجد :

$a = (m_1+m_2).gd\frac{1}{2}$ أي: $d = \frac{2a}{(m_1+m_2)g} = \frac{2\times0,8}{(0,1+0,3)\times9,8} = 0,4\ m$



2-تحديد عزم القصور J_Δ



2.1-المعادلة التفاضلية للحركة :

يخضع النواس الوازن خلال حركته للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن النواس و $\vec{R}$ تأثير محور الدوران (Δ)

تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta\ddot{\theta}$

$-(m_1+m_2)gL = J_\Delta\ddot{\theta}$ **أي:** $-(m_1+m_2)g.d.sin\theta = J_\Delta\ddot{\theta}$

$\ddot{\theta} + \frac{-(m_1+m_2)g.d}{J_\Delta}sin\theta = 0$ **في حالة التذبذبات الصغيرة يكون :** $sin\,\theta \approx \theta$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\ddot{\theta} + \frac{(m_1+m_2)g.d}{J_\Delta}.\theta = 0$

2.2-ايجاد تعبير التردد الخاص N_0 :

حل المعادلة التفاضلية هو : $\theta(t) = \theta_m\cos(2\pi N_0 t + \varphi)$ **الاشتقاق الاول :** $\dot{\theta}(t) = -2\pi N_0\theta_m\sin(2\pi N_0 t+\varphi)$

الاشتقاق الثاني : $\ddot{\theta}(t) = -(2\pi N_0)^2\theta_m\cos(2\pi N_0 t+\varphi) = -(2\pi N_0)^2\theta(t)$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-(2\pi N_0)^2\theta(t) + \frac{(m_1+m_2)g.d}{J_\Delta}.\theta(t) = 0$ **أي :** $(2\pi N_0)^2 = \frac{(m_1+m_2)}{J_\Delta}g.d$

$2\pi N_0 = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)}{J_\Delta}g.d}$ **ومنه :** $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m_1+m_2).g.d}{J_\Delta}}$

2.3-حساب J_Δ :

لدينا : $N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m_1+m_2).g.d}{J_\Delta}} \Leftarrow N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(m_1+m_2)g.d}{J_\Delta} \Leftarrow J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(m_1+m_2)g.d}{N_0^2}$

ت.ع: $J_\Delta = \frac{1}{4\pi^2}.\frac{(0,1+0,3)\times 9,8\times 0,4}{1^2} = 3,97.10^{-2}\,kg.m^2$