

تصحيح الإمتحان الوطني لمادة الفيزياء والكيمياء
شعبة العلوم الرياضية- الدورة العادية 2015

الكيمياء

الجزء الأول : معايرة حمض وتصنيع إستر

1-معايرة حمض الإيثانويك

1.1-المعادلة المنمذجة للتحويل الحاصل أثناء المعايرة :



1-1-2-1-حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف

عند التكافؤ

مبيانيا يمثل أفصول مطراف الدالة المشتقة $\frac{dPH}{dV_B}$

الحجم V_{BE} عند التكافؤ نجد $V_{BE} = 20 \text{ mL}$

1-2-2-2-الكتلة m اللازمة لتحضير المحلول (S_A) :

علاقة التكافؤ :

$$C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

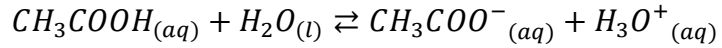
$$C_A = \frac{n(A)}{V} = \frac{m}{V \cdot M(A)} \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{m}{V \cdot M(A)} = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} \Rightarrow m = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} \cdot V \cdot M(A)$$

ت.ع: $m = 1,2 \text{ g}$ أي $m = \frac{2 \cdot 10^{-2} \times 20}{20} \times 1 \times 60$

1-3-إثبات أن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء محدود

معادلة التفاعل :



$$C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \times 20}{20} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1} \quad \text{لدينا :}$$

حسب المبيان $pH = f(V_B)$ عند الحجم $V_B = 0$ يكون $pH = 3,2$

حساب نسبة التقدم النهائي τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \quad \text{ومنه :} \quad \tau = \frac{[H_3O^+]}{C_A} = \frac{10^{-pH}}{C_A} \quad \text{ت.ع:} \quad \tau = \frac{10^{-3,2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,03 = 3\%$$

نلاحظ أن $\tau < 100\%$ إذن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء محدود

1-4-إثبات التعبير $V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot (V_{BE} - V_B)$:

الجدول الوصفي لتفاعل المعايرة :

معادلة التفاعل		$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_A \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	وفير
الحالة النهائية	x_f	$C_A \cdot V_A - x_f$	$C_B \cdot V_B - x_f$	x_f	وفير

قبل التكافؤ المتفاعل المحد هو HO^- أي $C_B \cdot V_B - x_f = 0$:
 $n_f(CH_3COOH) = C_A \cdot V_A - x_f = C_A \cdot V_A - C_B \cdot V_B$
 $n_f(CH_3COO^-) = x_f = C_B \cdot V_B$
 $[H_3O^+]_{\acute{e}q} = 10^{-pH}$

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[CH_3COOH]_{\acute{e}q}} = 10^{-pH} \cdot \frac{\frac{n_f(CH_3COO^-)}{V_A+V_B}}{\frac{n_f(CH_3COOH)}{V_A+V_B}} = 10^{-pH} \cdot \frac{C_B \cdot V_B}{C_A \cdot V_A - C_B \cdot V_B} = 10^{-pH} \cdot \frac{C_B \cdot V_B}{C_B \cdot V_{BE} - C_B \cdot V_B}$$

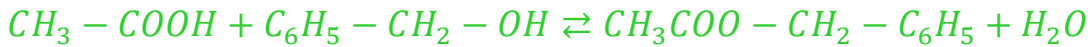
$$K_A = 10^{-pH} \frac{C_B \cdot V_B}{C_B(V_{BE} - V_B)} = 10^{-pH} \cdot \frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \Rightarrow V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot (V_{BE} - V_B)$$

استنتاج pK_A :

مبيانيا عند $pH = 4,8$ نجد $V_B = \frac{V_{BE}}{2} = 4mL$

$$\frac{V_{BE}}{2} \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot \left(V_{BE} - \frac{V_{BE}}{2} \right) \Rightarrow 10^{-pH} = K_A \Rightarrow pK_A = pH = 4,8$$

2-تصنيع الإستر
 2.1-معادلة الأسترة :



2.2-مردود تفاعل الإستر :

$$r_1 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)}$$

لدينا :

$$\begin{cases} n_{exp}(E) = \frac{m(E)}{M(E)} = \frac{9,75}{150} = 0,065 \text{ mol} \\ n_{th}(E) = n_0(acide) = n_0(alcool) = \frac{m(alcool)}{M(alcool)} = \frac{6}{60} = 0,1 \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow r_1 = \frac{0,065}{0,1} = 0,65 = 65\%$$

2.3-مردود تفاعل الأسترة في الحالة الثانية :

$$r_2 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)} = \frac{x_{f2}}{x_{max}}$$

حسب السؤال 2.2-نكتب : $K = \frac{[ester][eau]}{[acide][alcool]} = \frac{n_{ester} \cdot n_{eau}}{n_{acide} \cdot n_{alcool}} = \frac{(x_{f1})^2}{(n_0 - x_{f1})^2} = \frac{(0,065)^2}{(0,1 - 0,065)^2} = 3,45$

في الحالة الثانية نكتب :

$$K = \frac{(x_{f2})^2}{(n_{ac} - x_{f2})(n_{al} - x_{f2})} \Rightarrow (K - 1)(x_{f2})^2 - K(n_{ac} + n_{al})x_{f2} + K \cdot n_{ac} \cdot n_{al} = 0$$

$$(3,45 - 1)(x_{f2})^2 - 3,45 \times (0,1 + 0,2)x_{f2} + 3,45 \times 0,1 \times 0,2 = 0$$

$$2,45(x_{f2})^2 - 1,035x_{f2} + 0,069 = 0$$

$$\begin{cases} x_{f2} = \frac{1,35 - \sqrt{1,35^2 - 4 \times 2,45 \times 0,069}}{2 \times 2,45} = 0,083 \text{ mol} \\ x'_{f2} = \frac{1,35 + \sqrt{1,35^2 - 4 \times 2,45 \times 0,069}}{2 \times 2,45} = 2,340 \text{ mol} \end{cases} \Rightarrow x_{f2} = 0,083 \text{ mol} \Rightarrow r_2 = \frac{0,083}{0,1} = 0,83 = 83\%$$

2.4- نلاحظ أن : $r_2 > r_1$ نلاحظ أن مردود الاسترة يتحسن في وجود أحد المتفاعلين بوفرة .

الجزء الثاني : دراسة العمود نيكل -كوبالت

1-الجواب الصحيح هو (د)

(التعليق ليس مطلوباً)

لنحدد خارج التفاعل عند الحالة البدئية : $Q_{r,i} = \frac{[Co^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{0,3}{0,03} = 10$

نلاحظ أن : $Q_{r,i} = 10 < K = 100$ تتطور المجموعة تلقائياً في المنحى المباشر .
يحدث اختزال عند إلكترود النيكل (القطب الموجب) والقطب السالب للعمود هو إلكترود الكوبالت .
يمر التيار الكهربائي خارج العمود من إلكترود النيكل نحو إلكترود الكوبالت .

وبالتالي الجواب الصحيح هو د

2-تعبير t_e التاريخ توازن المجموعة

$$K = \frac{[Co^{2+}]_{\acute{e}q}}{[Ni^{2+}]_{\acute{e}q}} = \frac{\frac{C_2 V + x_{\acute{e}q}}{V}}{\frac{C_1 V - x_{\acute{e}q}}{V}} = \frac{C_2 V + x_{\acute{e}q}}{C_1 V - x_{\acute{e}q}} \Rightarrow (C_1 V - x_{\acute{e}q}) \cdot K = C_2 V + x_{\acute{e}q} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = \frac{K \cdot C_1 - C_2}{1 + K} \cdot V$$

لدينا :

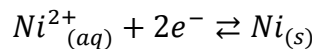
$$Q = n(\acute{e}) \cdot F = I \cdot \Delta t \Rightarrow 2x_{\acute{e}q} \cdot F = I \cdot t_e \Rightarrow t_e = 2x_{\acute{e}q} \frac{F}{I} \Rightarrow t_e = \frac{2(K \cdot C_1 - C_2)}{1 + K} \cdot \frac{F \cdot V}{I}$$

ت.ع:

$$t_e = \frac{2 \times (100 \times 0,03 - 0,3) \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1}{(1 + 100) \times 0,1} \Rightarrow t_e = 5159 \text{ s} \approx 5,16 \cdot 10^3 \text{ s}$$

3-تغير Δm لكتلة إلكترود النيكل :

حسب الاختزال الكاثودي :



لدينا :

$$n(Ni) = \frac{\Delta m}{M(Ni)} = x_{\acute{e}q} \Rightarrow \Delta m = M(Ni) \cdot x_{\acute{e}q} = \frac{K \cdot C_1 - C_2}{1 + K} \cdot V \cdot M(Ni)$$

ت.ع :

$$\Delta m = \frac{(100 \times 3,101^{-2} - 0,3) \times 0,1 \times 58,7}{1 + 100} \Rightarrow \Delta m = 0,157 \text{ g}$$

التحولات النووية

1.1- معادلة تفاعل الإندماج هي المعادلة A:



1.2- طاقة الربط بالنسبة لنواة الأورانيوم 235:

$$E_l({}^{235}_{92}U) = \Delta m \cdot c^2 = [92m_p + 143m_n - m({}^{235}_{92}U)].C^2$$

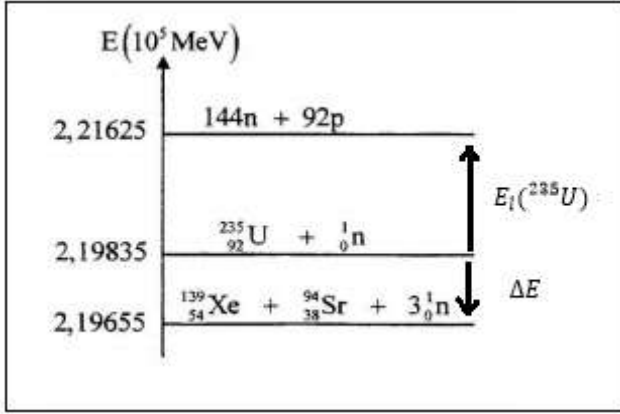
$$E_l({}^{235}_{92}U) = (2,21625 - 2,19835) \cdot 10^5 = 1970 \text{ MeV}$$

طاقة الربط بالنسبة لنوية:

$$\xi({}^{235}_{92}U) = \frac{E_l({}^{235}_{92}U)}{A} = \frac{1970}{235} = 7,62 \text{ MeV/nucleon}$$

1.2.2- الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن التحول:

$$|\Delta E_0| = [m(Sr) + m(Xe) + 3m(n) - m(U) - m(n)].C^2$$



$$|\Delta E| = (2,19835 - 2,19655) \cdot 10^5 = 180 \text{ MeV}$$

1.2- الطاقة الناتجة عن هذا التحول $|\Delta E|$:

$$|\Delta E| = |\Delta m| \cdot c^2 = [m({}^4_2He) + 2m({}^1_0n) - m({}^1_1H)].c^2$$

ت.ع:

$$|\Delta E| = |4,00151 + 2 \times 5,48579 \cdot 10^{-4} - 4 \times 1,00728| \times 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} \cdot c^2 \approx 24,7 \text{ MeV} \Rightarrow$$

$$|\Delta E| = 24,7 \times 1,6022 \cdot 10^{-13} \approx 3,96 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

2.2- حساب عدد السنوات اللازمة لاستهلاك الهيدروجين الموجود في الشمس:

ليكن E' الطاقة المحررة من طرف نواة واحدة من الهيدروجين حيث: $E' = \frac{|\Delta E|}{4}$

و E الطاقة المحررة من طرف N نواة الموجودة في الشمس حيث: $E = N \cdot E'$ مع $E = \frac{m}{m({}^1_1H)} \cdot \frac{|\Delta E|}{4}$

مع: $m = 0,1m_s$ (كتلة الهيدروجين 1_1H تمثل 10% من كتلة الشمس)

تحرر الشمس خلال كل سنة الطاقة E نتيجة هذا التحول، والمدة الزمنية اللازمة لاستهلاك كل الهيدروجين الموجود في الشمس هي:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1an \rightarrow E_s \\ \Delta t \rightarrow \frac{m}{m({}^1_1H)} \cdot \frac{|\Delta E|}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{m}{m({}^1_1H)} \cdot \frac{|\Delta E|}{4 \cdot E_s} \Rightarrow \Delta t = \frac{0,1m_s}{m({}^1_1H)} \cdot \frac{|\Delta E|}{4E_s} \end{array} \right.$$

ت.ع:

$$\Delta t = \frac{0,1 \times 2 \cdot 10^{30} \times 3,96 \cdot 10^{-12}}{1,00728 \times 1,66054 \cdot 10^{-27} \times 4 \times 10^{34}} = 1,18 \cdot 10^{20} \text{ ans}$$

الكهرباء:

1-دراسة ثنائي القطب RL:

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{R_1} بين مربطي الموصل الأومي:

حسب قانون إضافية التوترات: $u_b + u_{R_1} = E$

$$u_{R_1} = R_1 \cdot i$$

$$u_b = L \frac{di}{dt} + ri = \frac{L}{R_1} \cdot \frac{d(R_1 \cdot i)}{dt} + r \cdot \frac{R_1 \cdot i}{R_1} = \frac{L}{R_1} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{r}{R_1} \cdot u_{R_1}$$

$$\frac{L}{R_1} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{r}{R_1} \cdot u_{R_1} + u_{R_1} = E \Rightarrow \frac{L}{R_1} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt} + u_{R_1} \left(\frac{r + R_1}{R_1} \right) = E \Rightarrow \frac{L}{R_1 + r} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt} + u_{R_1} = \frac{E \cdot R_1}{R_1 + r}$$

2-1- تحديد r مقاومة الوشيجة :

$$r = \frac{E \cdot R_1}{u_{R_1 \max}} - R_1 = R_1 \left(\frac{E}{u_{R_1 \max}} - 1 \right) \quad \text{وبالتالي} \quad u_{R_1 \max} = \frac{E \cdot R_1}{R_1 + r} \quad \text{ومنه} \quad \frac{du_{R_1}}{dt} = 0$$

$$u_{R_1 \max} = 10,4 \text{ V} \quad \text{مبيانيا نجد}$$

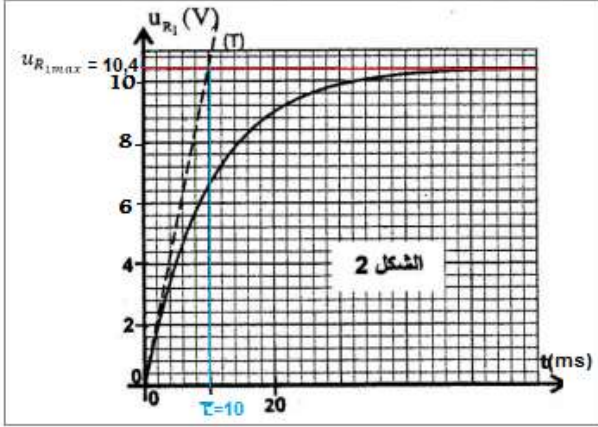
$$r = 52 \times \left(\frac{12}{10,4} - 1 \right) \Rightarrow r = 8 \Omega$$

1-3- التحقق من قيمة L :

$$L = \tau \cdot (R_1 + r) \quad \text{لدينا} \quad \tau = \frac{L}{R_1 + r}$$

$$\tau = 10 \text{ ms} \quad \text{مبيانيا نجد}$$

$$L = 10 \cdot 10^{-3} (52 + 8) \Rightarrow L = 0,6 \text{ H}$$



2- دراسة ثنائي القطب RC و RLC

1-2- دراسة ثنائي القطب RC

1-1-2- تحديد R_0 :

$$R_0 = \frac{u_{R_0}}{I_0} \quad \text{أي} \quad u_{R_0} = R_0 \cdot I_0 \quad \text{حسب قانون أوم}$$

$$R_0 = \frac{2}{4 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^5 \Omega = 500 \text{ k}\Omega \quad \text{مبيانيا} \quad u_{R_0} = 2 \text{ V} \quad \text{وبالتالي}$$

2-1-2- قيمة سعة المكثف C :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} = u_C + u_{R_0}$$

$$u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t \quad \text{لدينا} \quad q = C \cdot u_C = I_0 \cdot t \quad \text{أي} \quad q = C \cdot u_C = I_0 \cdot t$$

$$u_{AB} = \frac{I_0}{C} \cdot t + u_{R_0}$$

$$u_{AB} = \frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t} \cdot t + u_{AB}(0) = \frac{6-2}{10-0} \cdot t + 2 = 0,4t + 2 \quad \text{معادلة المنحنى تكتب}$$

$$\frac{I_0}{C} = 0,4 \Rightarrow C = \frac{I_0}{0,4} = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0,4} \Rightarrow C = 10^{-5} \text{ F} = 10 \mu\text{F}$$

2-2- دراسة ثنائي القطب RLC

1-2-2- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_R + u_C = 0$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} \right) = \frac{d^2 q}{dt^2} ; \quad i = \frac{dq}{dt} ; \quad q = C \cdot u_C \quad \text{مع} \quad u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i ; \quad u_R = R \cdot i$$

$$L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + (R + r) \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R + r}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot q = 0$$

2-2-2- تعبير $\frac{dE_T}{dt}$ بدلالة R و r و i :

الطاقة الكلية E_T في الدارة تساوي مجموع الطاقة الكهربائية E_e المخزونة في المكثف و الطاقة المغنطيسية E_m

المخزونة في الوشيجة : $E_T = E_e + E_m$

$$\begin{cases} E_e = \frac{1}{2C} \cdot q^2 \\ E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow E_T = \frac{1}{2C} \cdot q^2 + \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{dq}{dt} \cdot \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} \right)$$

$$L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + (R + r) \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -(R + r) \cdot \frac{dq}{dt} \quad \text{باعتبار المعادلة التفاضلية}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = -\frac{dq}{dt} \cdot \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) = -\frac{dq}{dt} \cdot \left((R+r) \cdot \frac{dq}{dt} \right) = -(R+r) \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = -(R+r)i^2$$

2-2-3- إثبات تعبير U_0 :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_b + u_R + u_C = 0$$

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R} \cdot u_R + u_C = 0 \quad \text{أي:}$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $u_R = 0$ و

$$u_C = U_0$$

$$\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0} + U_0 = 0 \quad \text{و بالتالي:}$$

$$U_0 = -\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0} \quad \text{نستنتج:}$$

تحديد قيمة U_0 :

$$U_0 = -\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{\Delta u_R}{\Delta t} \right)_{t=0}$$

$$U_0 = -\frac{0,6}{40} \times \frac{2-0}{0-1,25 \cdot 10^{-3}} = 12 \text{ V}$$

2-2-4- الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين $t = 0$ و $t = t_1$:

$$|E_J| = |E_T(t_1) - E_T(0)|$$

$$u_C = -(u_b + u_R) = -\left(\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R} \cdot u_R \right); \quad i = \frac{u_R}{R}$$

$$E_T = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2} C \cdot \left(\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R} \cdot u_R \right)^2 + \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{u_R}{R} \right)^2$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا (حسب مبيان الشكل 5) $u_R = 0$ ومنه:

$$E_T(0) = \frac{1}{2} C \left(\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0} \right)^2 = \frac{1}{2} C \cdot (U_0)^2 \Rightarrow E_T(0) = \frac{1}{2} \times 10^{-5} \times 12^2 = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

عند اللحظة t_1 لدينا $\left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t_1} = 0$ و $u_R(0) = -0,5 \text{ V}$ ومنه:

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2} C \left(\frac{r+R}{R} \cdot u_R(0) \right)^2 + \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{u_R(0)}{R} \right)^2 \Rightarrow E_T(t_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{u_R(0)}{R} \right)^2 [C \cdot (R+r)^2 + L]$$

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{0,5}{40} \right)^2 [10^{-5} (40+8)^2 + 0,6] = 4,87 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$|E_J| = |E_T(t_1) - E_T(0)| = 7,2 \cdot 10^{-4} - 4,87 \cdot 10^{-5} \Rightarrow |E_J| = 6,71 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

3- تضمين الوسع لإشارة جيبية

1-3- إثبات تعبير $u_S(t)$:

$$\text{لدينا العلاقة: } \cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} \cdot [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

لدينا: $u_S(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) = k \cdot (s(t) + U_0) \cdot u_2(t) = k [S_m \cdot \cos(2\pi f_S \cdot t) + U_0] \cdot U_m \cdot \cos(2\pi F_P \cdot t)$

$$u_S(t) = k \cdot S_m \cdot U_m \cos(2\pi f_S \cdot t) \cdot \cos(2\pi F_P \cdot t) + k \cdot U_0 \cdot U_m \cos(2\pi F_P \cdot t)$$

$$u_S(t) = \frac{1}{2} k \cdot S_m \cdot U_m \cos[2\pi(F_P + f_S) \cdot t] + \frac{1}{2} k \cdot S_m \cdot U_m \cos[2\pi(F_P - f_S) \cdot t] + k \cdot U_0 \cdot U_m \cos(2\pi F_P \cdot t)$$

نضع: $A = k \cdot U_0 \cdot U_m$ و $m = \frac{S_m}{U_0}$ ومنه: $\frac{1}{2} k \cdot S_m \cdot U_m = \frac{1}{2} k \cdot U_0 \cdot U_m \cdot \frac{S_m}{U_0} = \frac{1}{2} A \cdot m$ و $f_2 = F_P$ و $f_1 = f_S + F_P$ و $f_3 = f_S - F_P$ و

$$u_S(t) = \frac{A \cdot m}{2} \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t) + A \cdot \cos(2\pi f_2 \cdot t) + \frac{A \cdot m}{2} \cdot \cos(2\pi f_3 \cdot t)$$

نحصل على:

2-3- قيمة نسبة التضمين m :

انطلاقا من المبيان لدينا :

$$\frac{1}{2}k \cdot S_m \cdot U_m = 0,5 \quad \text{و} \quad kU_0U_m = 2$$

$$\frac{1}{2}k \cdot S_m \cdot U_m = \frac{1}{2}k \cdot m \cdot U_0 \cdot U_m$$

$$\frac{\frac{1}{2}k \cdot m \cdot U_0 \cdot U_m}{kU_0U_m} = \frac{1}{2}m = \frac{0,5}{2} \Rightarrow m = 0,5$$

قيمة التردد f_s :

$$f_s = F_p - f_1 \quad \text{أي} \quad f_1 = f_s + F_p$$

انطلاقا من المبيان لدينا : $F_p = 5 \text{ kHz}$ و $f_1 = 6,5 \text{ kHz}$

$$\text{أي} \quad f_s = 6,5 - 5 = 0,5 \text{ kHz} \Rightarrow f_s = 500 \text{ Hz}$$

3-3- تحديد C_0 سعة المكثف لدارة التوافق :

التردد الخاص لدارة التوافق يكتب : $f_0 = F_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C_e}}$ أي : $f_0 = 5 \text{ kHz}$: $C_e = \frac{1}{4\pi^2 L F_p^2} = \frac{1}{4\pi^2 \times 60 \cdot 10^{-3} \cdot (6 \cdot 10^3)^2} = 1,17 \cdot 10^{-8}$

المكثفان C و C_0 مركبان على التوالي نكتب : $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_e}$ ومنه $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C} - \frac{1}{C_e}$

$$C_0 = \frac{C \cdot C_e}{C - C_e} = \frac{1,17 \cdot 10^{-8} \times 10 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6} - 1,17 \cdot 10^{-8}} = 1,17 \cdot 10^{-8} \text{ F} \Rightarrow C_0 = 11,7 \text{ nF}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة السقوط الرأسي باحتكاك لكرية

1-إثبات المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة : الكرية

جهد القوى : \vec{P} : وزن الجسم ; \vec{F} : دافعة أرخميدس ; \vec{f} : قوة احتكاك المائع

نعتبر المعلم $(0, \vec{k})$ المرتبط بالأرض غاليليا ، نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$m \cdot g - \rho_\ell \cdot V_S g - \lambda \cdot v = ma \quad \text{مع} \quad \frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot v = g(1 - \frac{\rho_\ell \cdot V_S}{m})$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{\rho_S \cdot V_S} \cdot v = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$$

2-قيمة التسارع a_0 عند $t = 0$:

$$a_0 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} \quad \text{مع} \quad v_0 = 0 \quad \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} + \frac{\lambda}{\rho_S \cdot V_S} \cdot v_0 = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$$

$$a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) = 9,8 \times (1 - 0,15) \Rightarrow a_0 = 8,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

3-قيمة السرعة الحدية :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{عند} \quad v = v_\ell = cte$$

$$\frac{\lambda}{\rho_S \cdot V_S} \cdot v_\ell = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$$

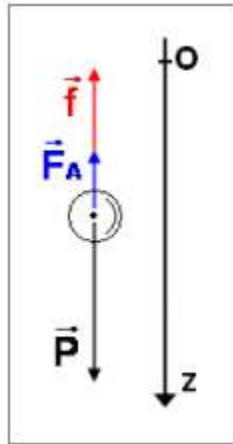
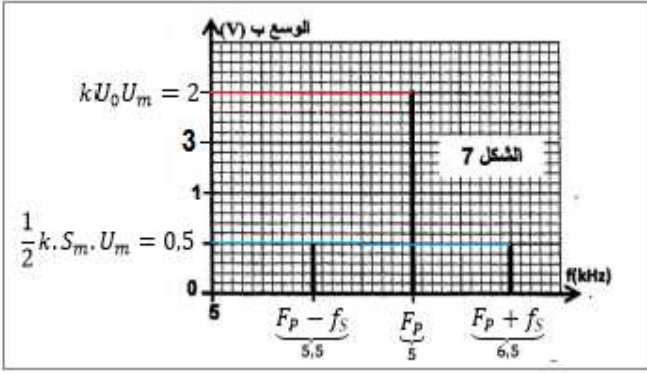
$$v_\ell = \frac{\rho_S \cdot V_S}{\lambda} \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) \Rightarrow v_\ell = \frac{9,8}{12,4} \times (1 - 0,15) \Rightarrow v_\ell = 0,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4-إثبات التعبير $\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$:

$$a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) \quad \text{مع} \quad a_i = -\frac{1}{\tau} v_i + a_0$$

باستعمال طريقة أولير : $v_{i+1} = a_i \cdot \Delta t + v_i$

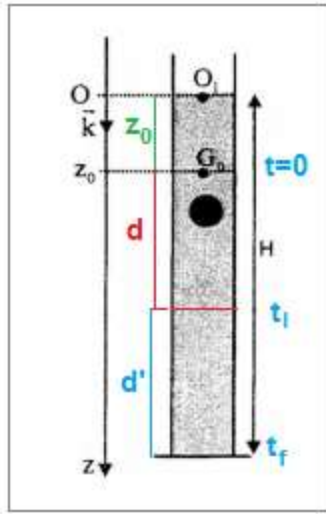
$$v_{i+1} = \left(-\frac{1}{\tau} v_i + a_0\right) \cdot \Delta t + v_i = -\frac{v_i}{\tau} \cdot \Delta t + a_0 \cdot \Delta t + v_i \Rightarrow \frac{v_{i+1}}{v_i} = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{v_i} \cdot \Delta t$$



$$\frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{v_1} \cdot \Delta t = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{a_0 \cdot \Delta t + v_0} \cdot \Delta t = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + 1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$$

$$v_1 = a_0 \cdot \Delta t + v_0 = 8,33 \times 8.10^{-3} = 0,067 \text{ m.s}^{-1} : v_1 \text{ حساب}$$

$$v_2 = v_1 \left(2 - \frac{\Delta t}{\tau} \right) = 0,067 \times \left(2 - \frac{8.10^{-3}}{12,4} \right) = 0,127 \text{ m.s}^{-1} : v_2 \text{ حساب}$$



5- التاريخ t_l الذي تأخذ عنده سرعة الكرة القيمة $0,99 \cdot v_l$:

$$\text{لدينا : } e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{v}{v_l} : \text{ أي } v = v_l \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\text{ومنه : } \frac{t}{\tau} = -\ln \left(1 - \frac{v}{v_l} \right) \Rightarrow t = -\tau \cdot \ln \left(1 - \frac{v}{v_l} \right)$$

$$t_l = -\frac{1}{12,4} \ln(1 - 0,99) \Rightarrow t_l = 0,37 \text{ s} : \text{ ت.ع.}$$

6- المسافة d التي قطعها الكرة خلال النظام الإنتقالي :

$$t_l = 0,37 \text{ s} : \text{ ومدته } d : \text{ النظام الانتقالي طول مساره}$$

$$\text{النظام الدائم (حركة مستقيمة منتظمة) طول مساره } d' = v_l \cdot (\Delta t_f - t_l)$$

$$\text{ومدته : } t_2 = \Delta t_f - t_l = 1,14 - 0,37 = 0,77 \text{ s}$$

$$H = z_0 + d + d' \Rightarrow d = H - z_0 - d' = H - z_0 - v_l \cdot t_2$$

$$d = 0,796 - 0,03 - 0,67 \times 0,77 \Rightarrow d = 0,25 \text{ m} : \text{ ت.ع.}$$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لنواس مرن

1- تعبير الإطالة $\Delta \ell_0$ عند التوازن :

المجموعة المدروسة : الكرة

جهد القوى : \vec{P} : وزن الكرة ، \vec{R} : تأثير السطح ، \vec{T} : توتر النابض

نطبق القانون الأول لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

الإسقاط على المحور Ox :

$$mg \cdot \sin \alpha - K \cdot \Delta \ell_0 = 0 : \text{ أي } P_x + R_x + T_x = 0$$

$$\text{و بالتالي : } \Delta \ell_0 = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{K}$$

1-2 تعبير E_p طاقة الوضع للمتذبذب :

$$\text{لدينا : } E_p = E_{pe} + E_{pp}$$

$$\text{مع : } E_{pe} = \frac{1}{2} K (\Delta \ell_0 + x)^2 + cte \text{ الحالة المرجعية } E_{pe} = 0 \text{ عند } x = 0 \text{ وبالتالي : } cte = -\frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell_0^2$$

$$\text{تعبير } E_{pe} \text{ يصبح : } E_{pe} = \frac{1}{2} K (\Delta \ell_0 + x)^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell_0^2$$

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z + cte \text{ الحالة المرجعية } E_{pp} = 0 \text{ عند } z = 0 \text{ ومنه : } cte = 0$$

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z \text{ مع } z = -x \cdot \sin \alpha \text{ و } m \cdot g \cdot \sin \alpha = K \cdot \Delta \ell_0$$

$$\text{تعبير } E_{pp} \text{ يصبح : } E_{pp} = -m \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha = -K \cdot x \cdot \Delta \ell_0$$

$$E_p = \frac{1}{2} K (\Delta \ell_0 + x)^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell_0^2 - K \cdot x \cdot \Delta \ell_0 = \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell_0^2 + K \cdot x \cdot \Delta \ell_0 + \frac{1}{2} K \cdot x^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell_0^2 - K \cdot x \cdot \Delta \ell_0$$

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

2-2 المعادلة التفاضلية التي يحققها الافصول x :

$$\text{لدينا : } E_m = E_c + E_p \text{ ومنه : } E_m = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

$$\text{بالحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب : } \frac{dE_m}{dt} = 0 \text{ أي : } m \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} + K \cdot x \cdot \dot{x} = 0$$

$$m \cdot \dot{x} \left(\ddot{x} + \frac{K}{m} x \right) = 0 \text{ المعادلة التفاضلية تكتب : } \ddot{x} + \frac{K}{m} x = 0$$

1-3-2-3-1 قيمة الصلابة K والوسع X_m و الطور φ :

-صلابة النابض K :

تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي $T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{K}$ ومنه $K = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$

حسب مبان الشكل 2 لدينا الدور الطاقى $T = 0,2 s$ نعلم أن $T_0 = 2T = 0,4 s$

$$K = \frac{4 \times 10 \times 0,1}{0,4^2} = 25 \text{ N.m}^{-1} \text{ ت.ع.}$$

-الوسع X_m :

لدينا $E_{P \max} = \frac{1}{2} K X_m^2$ وبالتالي $X_m^2 = \frac{2 \cdot E_{P \max}}{K}$ نستنتج $X_m = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{P \max}}{K}}$

حسب المبيان لدينا : $E_{P \max} = 5 \cdot 10^{-3} J$

$$X_m = \sqrt{\frac{2 \times 5 \cdot 10^{-3}}{25}} = 0,02 \text{ m} \Rightarrow X_m = 2 \text{ cm} \text{ ت.ع.}$$

-الطور φ :

لدينا $E_P(t=0) = \frac{1}{2} K \cdot x^2 = \frac{1}{2} K \cdot X_0^2$ عند $t=0$ نكتب :

$$X_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_P(t=0)}{K}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,25 \cdot 10^{-3}}{25}} = 0,01 \text{ m} \text{ ومنه :}$$

$$\cos \varphi = \frac{X_0}{X_m} = \frac{0,01}{0,02} = \frac{1}{2} \text{ أي } x(t=0) = X_m \cos \varphi = X_0$$

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}$$

بما ان $V_0 = \dot{x}(t=0) = -X_m \frac{2\pi}{T_0} \sin \varphi < 0$ وبالتالي : $\varphi = \frac{\pi}{3}$

2-3-2-تعبير السرعة V_0 :

باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب :

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2 = cte$$

عند اللحظة $t=0$ الطاقة الميكانيكية تكتب : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot V_0^2 + \frac{1}{2} K X_0^2$

عند الموضع $x = X_m$ نكتب : $E_m = \frac{1}{2} K X_m^2$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_0^2 + \frac{1}{2} K X_0^2 = \frac{1}{2} K X_m^2 \Rightarrow m \cdot V_0^2 = K (X_m^2 - X_0^2) \Rightarrow V_0^2 = \frac{K}{m} \cdot \left(X_m^2 - \left(\frac{X_m}{2} \right)^2 \right) = \frac{3K}{4m} \cdot X_m^2$$

$$V_0 = X_m \cdot \sqrt{\frac{3K}{4m}} \Rightarrow V_0 = \frac{X_m}{2} \cdot \sqrt{\frac{3K}{m}}$$

