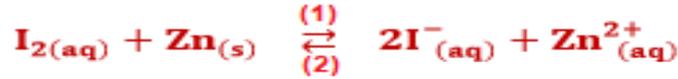


تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2020 "شعبة العلوم التجريبية الرياضية (ل) و (ب)"
الفيزياء والكيمياء

التمرين 1 : الكيمياء (6,5 نقط)

الجزء I : عمود ثنائي اليود-زنك

1- منحنى التطور التلقائي للمجموعة:



خارج التفاعل $Q_{r,i}$ في الحالة البدئية يكتب :

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{I}^-]_i^2 \cdot [\text{Zn}^{2+}]_i}{[\text{I}_2]_i} \Rightarrow Q_{r,i} = \frac{(5,0 \cdot 10^{-2})^2 \times 0,10}{0,1} \Rightarrow \boxed{Q_{r,i} = 2,5 \cdot 10^{-3}}$$

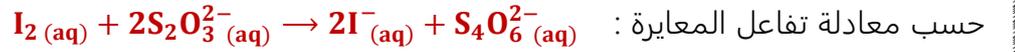
$$Q_{r,i} < K = 10^{46}$$

حسب معيار التطور التلقائي تتطور المجموعة الكيميائية تلقائيا في المنحنى المباشر (1) منحنى تكون I^- و Zn^{2+} .

2- معادلة التفاعل التي تحدث بجوار الكاثود:



3- لنين ان $n_c(\text{I}_2) = 7 \text{ mmol}$:



$$\frac{C_r \cdot V_E}{2} = n_R(\text{I}_2) \Leftrightarrow n_{\text{versé}}(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = n_R(\text{I}_2) \quad \text{علاقة التكافؤ:}$$

$$\underbrace{n_0(\text{I}_2)}_{\text{بدئية}} = \underbrace{n_R(\text{I}_2)}_{\text{متبقية}} + \underbrace{n_c(\text{I}_2)}_{\text{مستهلكة}} \Rightarrow n_c(\text{I}_2) = n_0(\text{I}_2) - n_R(\text{I}_2) \quad \text{لدينا:}$$

$$\boxed{n_c(\text{I}_2) = C_1 \cdot V - \frac{C_r \cdot V_E}{2}}$$

$$n_c(\text{I}_2) = 0,10 \times 100 \cdot 10^{-3} - \frac{0,30 \times 20 \cdot 10^{-3}}{2} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \Rightarrow \boxed{n_e(\text{I}_2) = 7 \text{ mmol}} \quad \text{ت.ع:}$$

4- تعبير Δt بدلالة F و I_0 و $n_c(\text{I}_2)$:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$\text{I}_2(\text{aq}) + \text{Zn}(\text{s}) \rightleftharpoons 2\text{I}^-(\text{aq}) + \text{Zn}^{2+}(\text{aq})$					كمية مادة الالكترونات
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول					
البدئية	0	$C_1 \cdot V$	بوفرة	-	$C_2 \cdot V$	$C_0 \cdot V$	$n(e^-) = 0$
بعد تمام Δt	x	$C_1 \cdot V - x$	بوفرة	-	$C_2 \cdot V + 2x$	$C_0 \cdot V + x$	$n(e^-) = 2x$

حسب الجدول الوصفي:

$$\begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n_C(I_2) = x \end{cases} \Rightarrow n(e^-) = 2n_C(I_2)$$

لدينا:

$$\begin{cases} Q = I_0 \cdot \Delta t \\ Q = F \cdot n(e^-) \end{cases} \Rightarrow F \cdot n(e^-) = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{F \cdot n(e^-)}{I_0} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2F \cdot n_C(I_2)}{I_0}}$$

$$\Delta t = \frac{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 7 \cdot 10^{-3}}{70 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1,93 \cdot 10^4 \text{ s}}$$

ت.ع:

5. حساب $[Zn^{2+}]$ عند تمام Δt :

حسب الجدول الوصفي:

$$[Zn^{2+}] = \frac{C_0 \cdot V + x}{V} = C_0 + \frac{x}{V}$$

$$n(e^-) = 2n_C(I_2) \Rightarrow 2x = 2n_C(I_2) \Rightarrow x = n_C(I_2)$$

لدينا :

$$\boxed{[Zn^{2+}] = C_0 + \frac{n_C(I_2)}{V}}$$

$$[Zn^{2+}] = 0,1 + \frac{7 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{[Zn^{2+}] = 0,17 \text{ mol} \cdot L^{-1}}$$

ت.ع:

الجزء II : التفاعلات حمض-قاعدة

1- معادلة تفاعل المعايرة:



2- تحديد التركيز C_A :

$$C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

علاقة التكافؤ:

$$C_A = \frac{0,10 \times 10,0}{10,0} \Rightarrow \boxed{C_A = 0,10 \text{ mol} \cdot L^{-1}}$$

ت.ع :

-استنتاج صيغة الحمض :

الكتلة المولية للحمض:

$$M(C_n H_{2n+1} COOH) = 12n + (2n + 1) \times 1 + 12 + 16 \times 2 + 1 = 14n + 46$$

$$C_A = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow M = \frac{m}{C_A \cdot V} \Rightarrow 14n + 46 = \frac{m}{C_A \cdot V} \Rightarrow \boxed{n = \frac{m}{14C_A \cdot V} - \frac{46}{14}} \Rightarrow$$

$$n = \frac{2,3}{14 \times 0,10 \times 0,1} - \frac{46}{14} \Rightarrow \boxed{n = 0}$$

صيغة الحمض هي $HCOOH$.

1-3- تحديد τ نسبة التقدم النهائي:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}} \quad \text{لدينا:}$$

جدول التقدم:

معادلة التفاعل	$\text{HCOOH}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightleftharpoons \text{HCOO}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$				
الحالة البدئية	$C_A \cdot V$	بوفرة	--	0	0
حالة التوازن	$C_A \cdot V - x_{\text{éq}}$	بوفرة	--	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

حسب الجدول الوصفي : $x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V = 10^{-\text{pH}} \cdot V$ و $x_{\max} = C_A \cdot V$

$$\tau = \frac{10^{-\text{pH}} \cdot V}{C_A \cdot V} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A}$$

$$\tau = \frac{10^{-2,38}}{0,10} = 0,042 \Rightarrow \tau = 4,2 \% \quad \text{ت.ع:}$$

بما ان $\tau < 1$ نستنتج ان تفاعل حمض الميثانويك مع الماء محدود.

2-3- تحديد قيمة $\frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$:

حسب الجدول الوصفي : $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = 10^{-\text{pH}}$

$$[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V - x_{\text{éq}}}{V} = C_A - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C_A - 10^{-\text{pH}}$$

$$\frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}} \Rightarrow \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-2,38}}{0,10 - 10^{-2,38}} \Rightarrow \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = 4,4 \cdot 10^{-2}$$

3-3- التحقق من قيمة pK_{A1} :

$$\text{pH} = \text{pK}_{A1} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \text{pK}_{A1} = \text{pH} - \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} \quad \text{لدينا:}$$

$$\text{pK}_{A1} = 2,38 - \log(4,2 \cdot 10^{-2}) \Rightarrow \text{pK}_{A1} = 3,74 \quad \text{ت.ع:}$$

4- تعبير pH بدلالة pK_{A1} و pK_{A2} :

$$\text{pH} = \text{pK}_{A1} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} \quad \text{بالنسبة للمزدوجة } \text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$$

$$\text{pH} = \text{pK}_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \quad \text{بالنسبة للمزدوجة } \text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$$

الجدول الوصفي لتفاعل HCOOH و CH_3COO^- :

معادلة التفاعل	$\text{HCOOH}_{(aq)} + \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} \rightleftharpoons \text{HCOO}^-_{(aq)} + \text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)}$				
الحالة البدئية	$C_1 \cdot V_1$	$C_1 \cdot V_1$	--	0	0
حالة التوازن	$C_1 \cdot V_1 - x_{\text{éq}}$	$C_1 \cdot V_1 - x_{\text{éq}}$	--	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$[HCOOH]_{\acute{e}q} = [CH_3COO^-]_{\acute{e}q} = \frac{C_1 \cdot V_1 - x_{\acute{e}q}}{V} ; [HCOO^-]_{\acute{e}q} = [CH_3COOH]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{V}$$

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{[HCOO^-]_{\acute{e}q}}{[HCOOH]_{\acute{e}q}} \Rightarrow \log \frac{[HCOO^-]_{\acute{e}q}}{[HCOOH]_{\acute{e}q}} = pH - pK_{A1}$$

$$pH = pK_{A2} + \log \frac{[HCOOH]_{\acute{e}q}}{[HCOO^-]_{\acute{e}q}} = pK_{A2} - \log \frac{[HCOO^-]_{\acute{e}q}}{[HCOOH]_{\acute{e}q}} = pK_{A2} - (pH - pK_{A1})$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} \Rightarrow \boxed{pH = \frac{pK_{A1} + pK_{A2}}{2}}$$

- استنتاج قيمة pK_{A2} :

$$pH = \frac{pK_{A1} + pK_{A2}}{2} \Rightarrow pK_{A1} + pK_{A2} = 2pH \Rightarrow pK_{A2} = 2pH - pK_{A1}$$

$$pK_{A2} = 2 \times 4,25 - 3,74 \Rightarrow \boxed{pK_{A2} = 4,76}$$

التمرين 2 : (2,5) الموجات -التحولات النووية

I - انتشار موجات ميكانيكية وموجات كهرمغناطيسية

1-عدد الإثباتات الصحيحة:

1-2-الإثبات الصحيح:

خلال حيود موجة ميكانيكية متوالية دورية لا يتغير ترددها.

2-2-الموجة المنبعثة من مكبر الصوت:

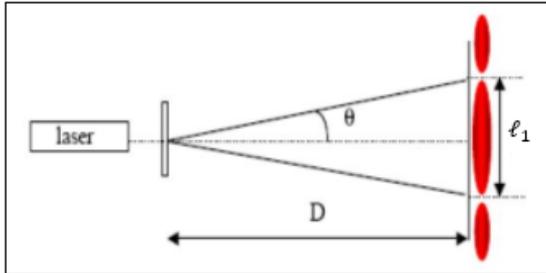
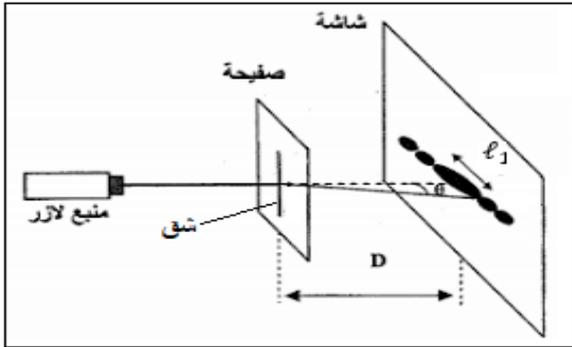
ميكانيكية طولية.

3-1-تبيانه التركيب حيود موجة ضوئية:

أنظر الشكل جانبه:

3-2-قيمة a عرض الشق:

حسب الشكل لدينا:



$$\theta = \frac{l_1}{2D} \leftarrow \tan \theta \approx \theta \quad \text{بما ان} \quad \tan \theta = \frac{l_1}{2D}$$

$$\text{لدينا :} \quad \theta = \frac{l_1}{a} \quad \text{ومنه:} \quad \frac{l_1}{2D} = \frac{l_1}{a}$$

$$\text{نستنتج:} \quad a = \frac{2D \cdot l_1}{l_1}$$

$$\text{نعلم ان:} \quad c = \lambda_1 \cdot f_1 \quad \text{أي:} \quad \lambda_1 = \frac{c}{f_1}$$

$$\text{نستنتج:} \quad \boxed{a = \frac{2D \cdot c}{l_1 \cdot f_1}}$$

$$a = \frac{2 \times 1,6 \times 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^{-2} \times 4,76 \cdot 10^{14}} = 2,52 \cdot 10^{-5} m \Rightarrow \boxed{a = 25,2 \mu m} \quad \text{ت.ع:}$$

3-3- كيف يتغير عرض البقعة المركزية؟

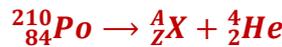
حسب العلاقة : $\frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a}$ أي : $\ell = \frac{2\lambda D}{a}$ بما ان $D = cte$ و $a = cte$ كلما تزايدت قيمة λ للضوء الأحادي اللون تزايد عرض البقعة المركزية ℓ .

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3.10^8}{4,76.10^{14}} = 6,30.10^{-7} m = 630 nm$$

نلاحظ ان : $\lambda_2 = 450 nm < \lambda_1$ وبالتالي عرض البقعة المركزية يتناقص.

II- نشاط البوليونيوم

1- معادلة التفتت:



$$\begin{cases} 210 = A + 4 \\ 84 = Z + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 206 \\ Z = 82 \end{cases} \Rightarrow {}^A_ZX = {}^{206}_{82}Pb$$

حسب قانونا صودي:



2-1- حساب $|E_1|$:

$$E_1 = [m({}^{206}_{82}Pb) + m({}^4_2He) - m({}^{210}_{84}Po)]. c^2$$

$$E_1 = (205,930 + 4,00151 - 209,9374)u. c^2 = -0,00589 u. c^2$$

$$E_1 = -0,00589 \times 931,5 MeV. c^{-2}. c^2 = -5,487 MeV$$

$$|E_1| = 5,49 MeV$$

2-2- استنتاج $|E_2|$:

$$N = \frac{m}{m({}^{210}_{84}Po)} \quad (1)$$

$$|E_2| = N. |E_1| = \frac{m}{m({}^{210}_{84}Po)}. |E_1|$$

$$|E_2| = \frac{10.10^{-3}}{209,9374 \times 1,6605.10^{-27}} \times 5,49 \times 1,6.10^{-13} \Rightarrow |E_2| = 2,52.10^{10} J$$

ت.ع:

3- تحديد $t_{1/2}$ بالوحدة *jours*:

حسب قانون التناقص الاشعاعي:

$$a = a_0. e^{-\lambda.t} \Rightarrow \frac{a}{a_0} = e^{-\lambda.t} \Rightarrow -\lambda. t = \log\left(\frac{a}{a_0}\right)$$

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}}. t = -\ln\left(\frac{a}{a_0}\right) \Rightarrow t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{a}{a_0}\right)}. \Delta t$$

$$t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{95}{100}\right)} \times \left(245 + \frac{37}{60}\right) \times \frac{1}{24} \Rightarrow t_{1/2} = 138,3 \text{ jours}$$

ت.ع:

4- حساب الكتلة القصوى m_{max} :

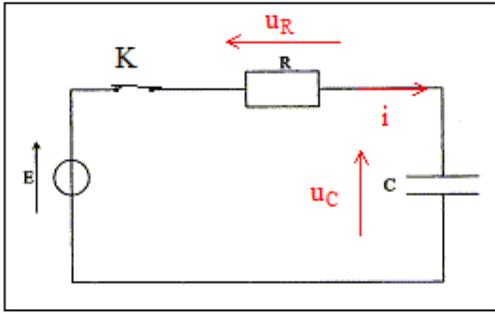
$$N_{max} = \frac{m_{max}}{m(^{210}_{84}Po)} \quad \text{و} \quad N = \frac{m}{m(^{210}_{84}Po)} \quad \text{حسب العلاقة (1) :}$$

$$a_{max} = \lambda \cdot N_{max} \Rightarrow a_{max} = \lambda \cdot \frac{m_{max}}{m(^{210}_{84}Po)} \Rightarrow m_{max} = \frac{a_{max} \cdot m(^{210}_{84}Po)}{\lambda}$$

$$m_{max} = \frac{a_{max} \cdot m(^{210}_{84}Po)}{\ln 2} \cdot t_{1/2}$$

$$m_{max} = \frac{740 \times 209,9374 \times 1,6605 \cdot 10^{-27} \times 10^3 \times 138,3 \times 24 \times 3600}{\ln 2} \Rightarrow m_{max} \approx 2,68 \cdot 10^{-12} \text{ g} \quad \text{ت.ع.}$$

التمرين 3 : (5,5نقط) الكهرباء



الجزء I :

1- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

1-1-1- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

$$u_R + u_C = E \quad \text{حسب قانون إضافية التوترات:}$$

حسب قانون أوم:

$$R \cdot i + u_C = E \Rightarrow \frac{d(R \cdot i)}{dt} + \frac{C du_C}{dt} = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$R \cdot C \frac{di}{dt} + i = 0$$

1-1-2- تعبير $i(t)$ بدلالة بارامترات الدارة:

$$i(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$-R \cdot C \cdot \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau} + 1 \right) = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة التفاضلية:}$$

$$-R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau} + 1 = 0 \Rightarrow \tau = R \cdot C$$

نحدد A بالشروط البدئية : $u_R(0) + u_C(0) = E$ أي $R \cdot i(0) + u_C(0) = E$

$$u_C(0) = 0 \quad \text{المكثف غير مشحون بدئيا ومنه:} \quad i(0) = \frac{E}{R}$$

$$\begin{cases} i(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ i(0) = \frac{E}{R} \end{cases} \Rightarrow A = \frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

1-2-1- منحنى المكثف ذي السعة C_1 :

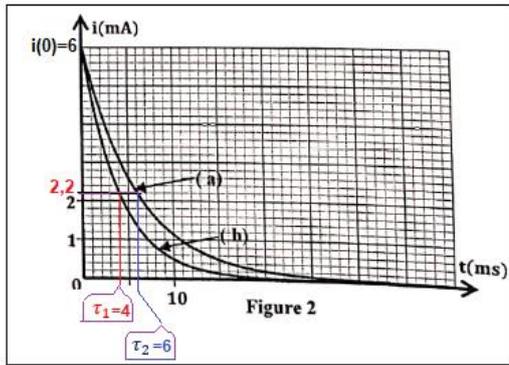
حسب تعبير ثابتة الزمن $\tau = R.C$ كلما كانت قيمة C كبيرة كانت قيمة τ كبيرة أي ازدادت مدة الشحن. بما ان $C_2 > C_1$ فإن C_1 توافق ل أصغر قيمة ل τ وتوافق المنحنى (b).

1-2-2- لنبين ان عند $t = \tau$: $i = 2,2 \text{ mA}$

$$i(\tau) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{\tau}{R.C}} \Rightarrow i(\tau) = i(0) \cdot e^{-1}$$

مبيانيا عند $t = 0$ نجد $i(0) = 6 \text{ mA}$

$$i(\tau) = 6e^{-1} \Rightarrow i(\tau) = 2,2 \text{ mA}$$



1-2-3- لنبين ان $C_1 = 4 \mu F$:

المكثفان C_1 و C_2 مركبان على التوازي سعتهما المكافئة تكتب:

$$C_1 = C_e - C_2 \Leftrightarrow C_e = C_1 + C_2$$

حسب المنحنى (a) لدينا : $\tau_2 = 6 \text{ ms}$ مع $\tau_2 = R.C_2$

حسب المنحنى (b) لدينا : $\tau_1 = 4 \text{ ms}$ مع $\tau_1 = R.C_1$

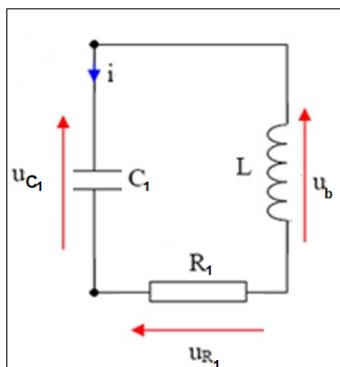
$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{R.C_2}{R.C_1} \Rightarrow \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow C_2 = \frac{6}{4} \cdot C_1 = \frac{3}{2} C_1$$

$$C_e = C_1 + C_2 \Rightarrow C_1 + \frac{3}{2} C_1 = C_e \Rightarrow \frac{5}{2} C_1 = C_e \Rightarrow C_1 = \frac{2}{5} \cdot C_e \Rightarrow C_1 = \frac{2}{5} \times 10 \Rightarrow C_1 = 4 \mu F$$

1-2-4- تحديد قيمة كل من R و E :

$$R = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R = 10^3 \Omega \quad \text{لدينا : } \tau_1 = R.C_1 \text{ أي : } R = \frac{\tau_1}{C_1} \quad \text{ت.ع.}$$

$$E = 6 \cdot 10^{-3} \times 10^3 \Rightarrow E = 6 \text{ V} \quad \text{لدينا : } i(0) = \frac{E}{R} \text{ أي : } E = i(0) \cdot R \quad \text{ت.ع.}$$



2-تفريغ مكثف في وشيعة

1-2-2- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{R_1} :

حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_b + u_{R_1} + u_{C_1} = 0 \Rightarrow \frac{du_b}{dt} + \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{du_{C_1}}{dt} = 0$$

$$L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C_1} \cdot i = 0$$

$$u_{R_1} = R_1 \cdot i \Rightarrow i = \frac{1}{R_1} \cdot u_{R_1} \quad \text{قانون اوم:}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = \frac{d^2 \left(\frac{1}{R_1} \cdot u_{R_1} \right)}{dt^2} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{d^2 u_{R_1}}{dt^2}$$

$$\frac{L}{R_1} \cdot \frac{d^2 u_{R_1}}{dt^2} + \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} \cdot u_{R_1} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 u_{R_1}}{dt^2} + \frac{R_1}{L} \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{L \cdot C_1} \cdot u_{R_1} = 0}$$

2-2 تحديد قيمة R_1 :

$$u_b(0) + u_{R_1}(0) + u_{C_1}(0) = 0$$

عند $t=0$ لدينا :

$$u_b(0) = -E \quad \text{و} \quad u_{C_1}(0) = E \quad \text{و} \quad u_{R_1}(0) = 0$$

لدينا : وبالتالي $u_{C_1}(0) = E$ و $u_{R_1}(0) = 0$ و $u_b(0) = -E$

$$u_b = L \cdot \frac{di}{dt} = \frac{L}{R_1} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt}$$

$$\frac{L}{R_1} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt} = -E \Rightarrow \boxed{R_1 = -\frac{L}{E} \cdot \frac{du_{R_1}}{dt}}$$

$$R_1 = -\frac{0,1}{6} \cdot \left(\frac{0 + 0,2}{0 - 0,5 \cdot 10^{-3}} \right) \Rightarrow \boxed{R_1 = 6,67 \Omega}$$

الجزء II : دراسة إشارة مضممة الوسع

1- تحديد قيمة N_1 و N_2 :

$$\boxed{N_1 = F - f} \Rightarrow N_1 = 10^5 - 10^3 \Rightarrow \boxed{N_1 = 9,9 \cdot 10^4 \text{ Hz}}$$

$$\boxed{N_2 = F + f} \Rightarrow N_2 = 10^5 + 10^3 \Rightarrow \boxed{N_2 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Hz}}$$

2- تعبير m بدلالة S_m و U_0 :

$$\boxed{m = \frac{S_m}{U_0}}$$

3-1 تحديد m مبيانياً :

$$\boxed{m = \frac{U_{S_{max}} - U_{S_{min}}}{U_{S_{max}} + U_{S_{min}}}}$$

حيث:

$$U_{S_{min}} = 0,5 \text{ V} \quad \text{و} \quad U_{S_{max}} = 2 \text{ V}$$

$$m = \frac{2 - 0,5}{2 + 0,5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{m \approx 0,67}$$

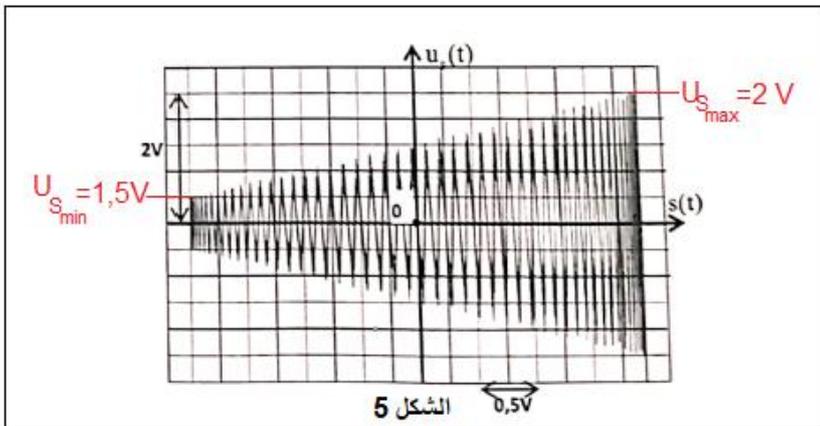
3-2 تحديد قيمة كل من U_m و U_0 :

حسب الشكل 5 لدينا :

$$S_m = 2 \text{ V}$$

$$m = \frac{S_m}{U_0} \Rightarrow \boxed{U_0 = \frac{S_m}{m}}$$

$$U_0 = \frac{2}{\frac{2}{3}} \Rightarrow \boxed{U_0 = 3 \text{ V}}$$



$$U_{Smax} = A(m + 1) \Rightarrow K \cdot U_0 \cdot U_m(m + 1) = U_{Smax}$$

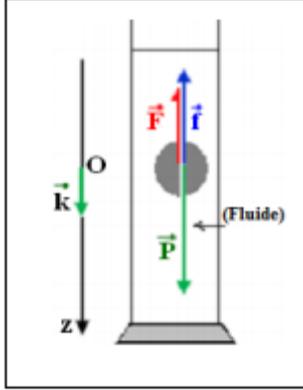
لدينا:

$$U_m = \frac{U_{Smax}}{K \cdot U_0(m + 1)} \Rightarrow U_m = \frac{2}{0,1 \times 3 \times \left(\frac{2}{3} + 1\right)} \Rightarrow U_m = 4 \text{ V}$$

تمرين 4 : (3,25 نقط) الميكانيك

الجزء I : حركة السقوط الراسي لكرة في سائل

1- المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v :



المجموعة المدروسة: {الكرة}

جرد القوى:

\vec{P} : وزنها

\vec{F} : دافعة أرخميدس

\vec{f} : قوة احتكاك المائع

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

إسقاط العلاقة المتجهية على المحور Oz :

$$P - F - f = m \cdot a_z \Leftrightarrow \rho_s \cdot V \cdot g - \rho_\ell \cdot V \cdot g - 6\pi\eta \cdot r \cdot v = \rho_s \cdot V \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta \cdot r}{\rho_s \cdot V} \cdot v = \left(\frac{\rho_s \cdot V}{\rho_s \cdot V} - \frac{\rho_\ell \cdot V}{\rho_s \cdot V} \right) \cdot g \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta \cdot r}{\rho_s \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3} \cdot v = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s} \right) \cdot g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho_s \cdot r^2} \cdot v = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s} \right) \cdot g$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho_s \cdot r^2} \Rightarrow \tau = \frac{2\rho_s \cdot r^2}{9\eta}$$

نضع :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s} \right) \cdot g$$

2- تحديد اللزوجة η :

عندما تصل الكرة سرعتها الحدية المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{1}{\tau} \cdot v_{lim} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s} \right) \cdot g \Rightarrow \frac{9\eta}{2\rho_s \cdot r^2} \cdot v_{lim} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s} \right) \cdot g \Rightarrow \eta = \frac{2\rho_s \cdot r^2 \cdot g}{9 \cdot v_{lim}} \cdot \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s} \right)$$

$$\eta = \frac{2 \times 4490 \times (6,3 \cdot 10^{-3})^2 \times 9,81}{9 \times 1} \cdot \left(1 - \frac{860}{4490} \right) \Rightarrow \eta = 0,314 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

ت.ع :

3- قيمة $z(t)$ عند $t = 7\tau$:

$$z(t) = v_{lim} \left[t + \tau \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right] \quad \text{لدينا:}$$

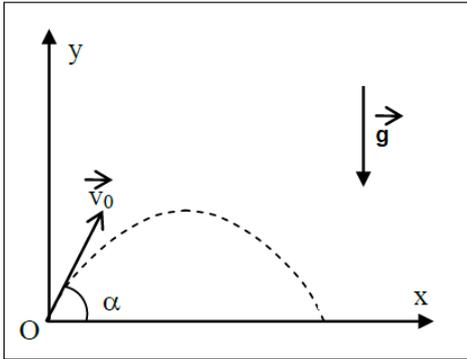
$$z(7\tau) = v_{lim} \left[7\tau + \tau \left(e^{-\frac{7\tau}{\tau}} - 1 \right) \right] \Rightarrow z(7\tau) = \tau \cdot v_{lim} [7 + (e^{-1} - 1)]$$

$$\tau = \frac{v_{lim}}{\left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right) \cdot g} \quad \text{أي: } \frac{1}{\tau} \cdot v_{lim} = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right) \cdot g \quad \text{تعلم ان:}$$

$$z(7\tau) = \tau \cdot v_{lim} [7 + (e^{-1} - 1)] \Rightarrow z(7\tau) = \frac{v_{lim}^2}{\left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right) \cdot g} \cdot [7 + (e^{-1} - 1)]$$

$$z(7\tau) = \frac{1^2}{\left(1 - \frac{860}{4490}\right) \times 9,81} \cdot [7 + (e^{-1} - 1)] = 0,803 \text{ m} \Rightarrow z(7\tau) = 80,3 \text{ cm} \quad \text{ت.ع:}$$

كيف نفسر ارتفاع الانبوب $h = 90 \text{ cm}$ مناسب لقياس السرعة الحدية v_{lim} للكرة؟
 عند اللحظة $t = 7\tau$ تصل الكرة لسرعتها الحدية ويكون أنسوب الكرة هو $z(7\tau) = 80,3 \text{ cm}$ ،
 وبما ان $z(7\tau) < h$ أي ان الكرة تصل إلى سرعتها الحدية قبل الوصول إلى قعر الانبوب.



الجزء II : حركة قذيفة في مجال الثقالة

1- المعادلتين الزنيتين لحركة G :

المجموعة المدروسة: {القذيفة}

جرد القوى:

\vec{P} : وزن الجسم

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

الاسقاط على المحور Ox و Oy :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{d v_x}{dt} \\ a_y = \frac{d v_y}{dt} \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$$

حسب الشروط البدئية:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} C_1 = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ C_2 = v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} ; \quad \begin{cases} C_3 = x_0 = 0 \\ C_4 = y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + C_3 \\ y(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + C_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$

2- معادلة المسار :

نقصي الزمن بين المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$:

$$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

$$y = \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

3-1- تحديد قيمة الزاوية α :

$$y_1 = -\frac{g}{2 v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x_1^2 + x_1 \cdot \tan\alpha$$

$$100 = -\frac{10}{2 \times 100^2} \times 400^2 \times \frac{1}{\cos^2\alpha} + 400 \tan\alpha \Rightarrow -80(1 + \tan^2\alpha) + 400 \tan\alpha - 100 = 0$$

$$\tan^2\alpha - 5 \tan\alpha + 2,25 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5^2 - 4 \times 2,25} = 4$$

$$\tan\alpha_1 = \frac{5 - 4}{2} = 0,5 \Rightarrow \alpha_1 = \tan^{-1}(0,5) \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 26,56^\circ}$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{5 + 4}{2} = 4,5 \Rightarrow \alpha_2 = \tan^{-1}(4,5) \Rightarrow \boxed{\alpha_2 = 77,47^\circ}$$

3-2- لنبين تعبير معادلة المنحنى (C) :

حسب معادلة المسار :

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan\alpha = -\frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2} \cdot (1 + \tan^2\alpha) + x \cdot \tan\alpha$$

$$y = -\frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2} \cdot \tan^2\alpha + x \cdot \tan\alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{g \cdot x}{v_0^2} \cdot \tan\alpha + 1\right) x = 0 \Rightarrow \tan\alpha = \frac{v_0^2}{g \cdot x}$$

نعوض $\tan \alpha$ في معادلة المسار:

$$y = -\frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2} \cdot \left(\frac{v_0^2}{g \cdot x}\right)^2 + x \cdot \left(\frac{v_0^2}{g \cdot x}\right) - \frac{g \cdot x^2}{2 v_0^2} = -\frac{g \cdot x^2 \cdot v_0^4}{2 v_0^2 \cdot g^2 \cdot x^2} + \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2 v_0^2} \cdot x^2$$

$$y = -\frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2 v_0^2} \cdot x^2 \Rightarrow y(x) = -\frac{g}{2 v_0^2} \cdot x^2 + \frac{v_0^2}{2g}$$

www.svt-assilah.com