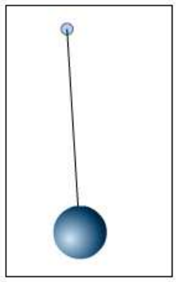
المجموعة الميكانيكية المتذبذبة
Système mecanique oscillant

I ـ تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة

النواس المرن

نواس اللي



النواس البسيط

النواس الوازن

1 ـ تعريف بالمجموعة الميكانيكية المتذبذبة

المجموعة الميكانيكية هي مجموعة تنجز حركة دورية حول موضع توازنها المستقر .
تذكير بتعريف الحركة الدورية : هي حركة تتكرر مماثلة لنفسها خلال مدد زمنية متساوية .

أ ـ النواس الوازن

النواس الوازن هو كل مجموعة غير قابلة للتشويه بإمكانها إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت تحت تأثير وزنها .

مثال : رقاص ساعة جدارية :

عند حركة الرقاص ، يخضع إلى القوى التالية : $\vec{P}$ وزن الرقاص . $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) محور الدوران .

القوى التي لها مفعول على حركة الرقاص هي وزنه فقط ، بينما $\vec{R}$ ليس لها أي مفعول على حركة الرقاص .

ب ـ النواس البسيط

النواس البسط هو كل نقطة مادية تتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت .
عمليا للحصول على نواس بسيط نعلق جسم صغير كثافته جد عالية بطرف خيط كتلته مهملة وغير قابل الامتداد ونشد الطرف الآخر بحامل ثابت .

عند حركة النواس البسيط فهو يخضع للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{F}$ تأثير الخيط على الجسم .

القوة الوحيدة التي لها مفعول على حركة النواس البسيط هي وزنه فقط ، بينما $\vec{F}$ خط تأثيرها يتقاطع مع محور الدوران وبالتالي ليس لها مفعول على حركته .

ملحوظة : أبعاد الجسم جد صغيرة أما طول الخيط $(r \ll \ell)$ يمكن اعتبار في هذه الحالة أن الجسم نقطيا والنواس البسيط متذبذبا ميكانيكيا مثاليا وحالة خاصة للنواس الوازن .

ج ـ نواس اللي

نواس اللي جهاز يتكون من سلك فلزي ثبت أحد طرفيه إلى حامل ، ومن قضيب متجانس معلق من مركز قصوره بالطرف الثاني للسلك .

عند إدارة القضيب أفقيا بزاوية θ حول المحور (Δ) المجسم بالسلك ، فإن السلك يلتوي ، فيسعى للعودة إلى حالته البدئية ، بحيث يطبق على القضيب تأثيرا تنتج عنه مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي وهي مزدوجة ارتداد Couple de rappel تقاوم التواء السلك وبالتالي تحدث حركة تذبذبية للقضيب حول موضع توازنه المستقر .

د ـ النواس المرن

يتكون النواس المرن من جسم صلب معلق بطرف نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة . الطرف الثاني للنابض مثبت بحامل ثابت .

عند تشويه النابض وتحريره نلاحظ أن ينجز حركة تذبذبية حول موضع توازنه المستقر ، تعزى هذه الحركة إلى القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم والتي تتعلق بحالة النابض إذا كان مطالا أو مكبوسا أو مضغوطا إذ تقاوم هذه القوة تشوه النابض ، لذلك تسمى بقوة الارتداد .

2 ــ الحركة التذبذبية ومميزاتها .

2 ــ 1 تعريف

الحركة التذبذبية هي حركة دهاب وإياب حول موضع معين ، وهي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية .

هناك ثلاثة أنواع للحركة التذبذبية :

ــ الحركة التذبذبية الحرة : هي التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون اكتساب طاقة ما من المحيط الخارجي بعد إحداث حركته .

ــ الحركة التذبذبية المصانة : هي التي ينجزها المتذبذب وذلك بتعويض الطاقة المفقودة خلال التذبذبات بواسطة جهاز خارجي . مثال الساعة الحائطية .

الحركة التذبية القسرية : عندما تفرض مجموعة ميكانيكة تسمى بالمثير تردد لذبذبات على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان .

2 ــ 2 مميزات الحركة التذبذبية

أ ــ موضع التوازن المستقر

كل متذبذب ميكانيكي حر لا يمكنه أن ينجز حركته التذبذبية إلا حول موضع توازنه المستقر .

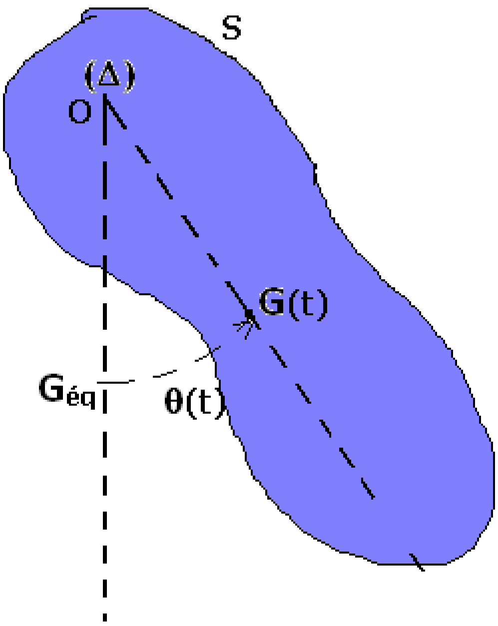
ب ــ وسع الحركة

وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر .

بالنسبة للنواس الوازن والنواس البسيط ونواس اللي نستعمل الأفصول الزاوي θ .

بالنسبة للنواس المرن ، نستعمل الأفصول المنحني (حركة إزاحة مستقيمية)

مثال :



- **النواس الوازن**

عند إزاحة النواس الوازن عن موضع توازنه المستقر ، ثم نحرره ، ينجز ذبذبات حرة في المستوى الرأسي الذي يحتوي على الموضع البدئي وعلى موضع التوازن المستقر لمركز قصوره G .

الأفصول الزاوي لنواس وازن (أو بسيط) هو الزاوية الموجهة $\theta(t)$ بحيث :

$\theta(t)=\left(\overrightarrow{OG_{(eq)}},\overrightarrow{OG_{(t)}}\right)$ ، $G_{(\acute{e}q)}$ موضع G عند التوازن المستقر و $G_{(t)}$ هو موضع G عند اللحظة t .

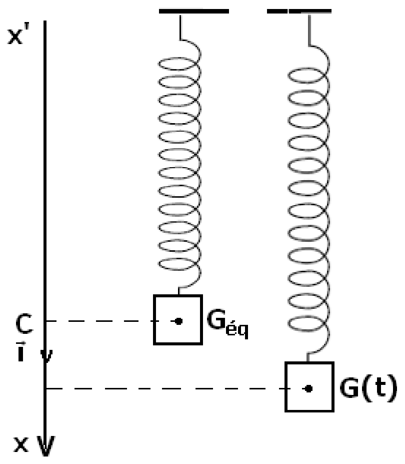
أثناء الحركة يأخذ الأفصول الزاوي θ قيما موجبة وقيما سالبة .

وبإهمال الخمود بالنسبة للذبذبات الأولى ، يتغير θ بين قيمة قصوى θ_m وقيمة دنيا $(-\theta)$ وتسمى القيمة المطلقة لهاتين القيمتين وسع الحركة للنواس الوازن الحر وغير المخمد .

- **النواس المرن**

عند إزاحة الجسم عن موضع توازنه المستقر وفق اتجاه محور النابض وتحريره ، فإنه ينجز حركة تذبذبية حرة حول هذا الموضع . نمعلم مواضع مركز قصور النواس المرن في المعلم $\mathcal{R}\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ متعامد وممنظم محوره $\left(O,\vec{i}\right)$ رأسي وموجه نحو الأسفل بالأفصول $x(t)$ بحيث أن $\overrightarrow{G_{\acute{e}q}G}=x(t)\vec{i}$

$G_{\acute{e}q}$ موضع G عند التوازن المستقر .



أثنا الحركة الحرة وغير المخمدة للنواس ، تأخذ x قيما موجبة أكبرها x_m وقيما سالبة أصغرها $-x_m$ ، نسمي x_m وسع الحركة للنواس المرن .

ج ــ الدور الخاص

الدور الخاص T_0 لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو المدة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتالين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى ، وحدته في النظام العالي للوحدات هي الثانية (s)

2 ــ 3 خمود الذبذبات الميكانيكية

أ ــ ظاهرة الخمود

تجربة :

عند إزاحة متذبذب ميكانيكي (مثلا نواس وازن) عن موضع توازنه المستقر وتحريره ، فإنه ينجز ذبذبات حرة يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن ، إلى أن يتوقف عند موضع توازنه المستقر ، تسمى هذه الظاهرة ظاهرة الخمود الميكانيكي .

تعزى هذه الظاهرة إلى الاحتكاكات والتي يمكن تصنيفه إلى نوعين :

ــ احتكاكات صلبة والتي ينتج عنها خمود صلب للذبذبات .

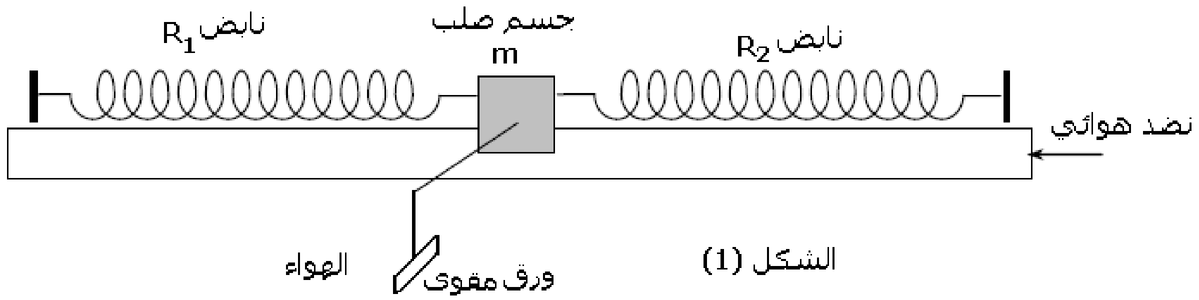
ــ احتكاكات مائعة والتي ينتج عنها خمود مائع للذبذبات .

ب ــ أنظمة خمود الذبذبات الميكانيكية .

الخمود بالاحتكاكات المائعة :

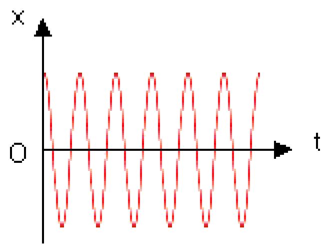
دراسة تجريبية :

ننجز التركيب التجريبي المبين في الشكل (1) حيث الخيال في حالة توازن فوق نضد هوائي أفقي ، بحيث يكون النابضان مطالين .

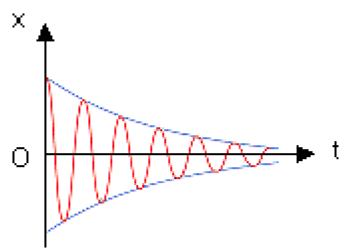


الشكل (1)

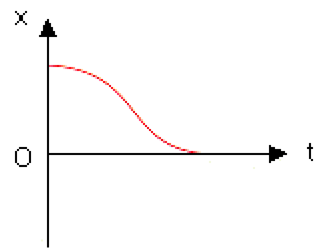
نشغل المعصفة ونزيح الخيال عن موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية . فنحصل على الشكل (2) نثبت على الخيال قطعة من الورق المقوى ونعيد نفس التجربة فنحصل على المنحنى الشكل (3) .



احتكاكات منعدمة
الشكل (2)



احتكاكات ضعيفة
الشكل (3)



احتكاكات مهمة
الشكل(4)

1 ــ ما طبيعة ذبذبات الخيال عند تشغيل المعصفة مع إهمال الاحتكاكات .

2 ـ حدد صنف الخمود ونظام اشتغال المتذبذب في كل حالة .
3 ـ اقترح طريقة عملية لإبراز النظام اللادوري تجريبيا ، واعط شكل مخطط المسافات الوافق .

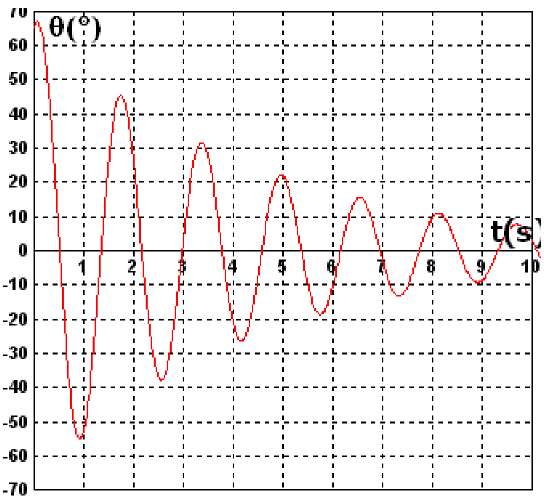
خلاصة :

ـ حالة الخمود الضعيف : النظام شبه الدوري .
في هذه الحالة ينجز المتذبذب الميكانيكي ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا إلى أن يستقر المتذبذب عند موضع توازنه المستقر .
كما أنه في هذه الحالة أن حركة المتذبذب ليست دورية نقول إنها شبه دورية ودورها T يقارب الدور الخاص T_0 للمتذبذب . عموما $(T_0 < T)$. نسمي T شبه الدور .
شبه الدور بالنسبة لمتذبذب ميكانيكي خموده ضعيف هو المدة الزمنية هو المدة الزمنية T التي تفصل مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى .
ملحوظة : كلما كان خمود المتذبذب ضعيفا ، كلما تناهى شبه الدور T نحو الدور الخاص T_0 .
كلما صار الخمود مهما ، كلما تناقص وسع الحركة بشدة إلى أن ينعدم خلال فترة زمنية وجيزة .

ب ـ حالة الخمود الحاد : النظام اللادوري .

في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب غير دورية ، نقول أنها لا دورية ، وحسب أهمية الخمود ، نحصل على الحالات التالية :
ـ النظام تحت الحرج : ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة قبل أن يتوقف .
ـ النظام الحرج : حيث يعود المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .
ـ النظام فوق الحرج : حيث يستغرق المتذبذب وقتا طويلا لكي يرجع إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .
ملحوظة : لصيانة حركة تذبذبية نوظف بعض الأجهزة الميكانيكية تكمن وظيفتها في تعويض الطاقة المبددة في كل دور . مثال : صيانة ذبذبات شفرة هزاز بواسطة كهرمغنطيس .

ج ـ الخمود بالاحتكاكات الصلبة



مثال النواس الوازن
تكون الاحتكاكات على مستوى محور الدوران " الصلبة " تكون في هذه الحالة ذبذبات النواس شبه دورية ويتناقص وسعها بكيفية خطية . ويساوي شبه الدور للذبذبات الدور الخاص للمتذبذب إذا كان حرا وغير مخمد .

II ـ دراسة ذبذبات المجموعة { جسم صلب ـ نابض }

1 ـ قوة الارتداد التي يطبقها نابض .

الدراسة التجريبية :

نعلق بالحامل نابضا ذا صلابة k ، طوله الأصلي ℓ_0
نعلق بالطرف A لنابض كتلة معلمة m ، فيطال النابض حيث يصبح طوله ℓ بحيث ينتقل طرفه الحر بالمسافة $A_0A_{éq}$

1 ـ ذكر بالطريقة العملية لتعيين صلابة النابض .
2 ـ أعط بدلالة ℓ, ℓ_0, k ، تعبير شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الكتلة المعلمة ، واستنتج تعبير $\vec{F}$ بدلالة k والمتجهة $\overrightarrow{A_0A_{éq}}$.

نعتبر نواسا مرنا في وضع أفقي ، عندما يكون النابض حرا تحتل نقطة تماسه مع الجسم الموضع A_0 ، تكون في هذه الحالة A_0 و $A_{éq}$ متطابقتين .
عندما يكون النابض مطالا (مضغوطا) تحتل هذه النقطة الموضع A .

1 ـ 1 القوى المطبقة على الجسم

$\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح على الجسم (غياب الاحتكاك) ، $\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم وهي قوة ارتداد تسعى إلى إرجاع الجسم إلى موضعه البدئي .

1 ــ 2 مميزات قوة الارتداد

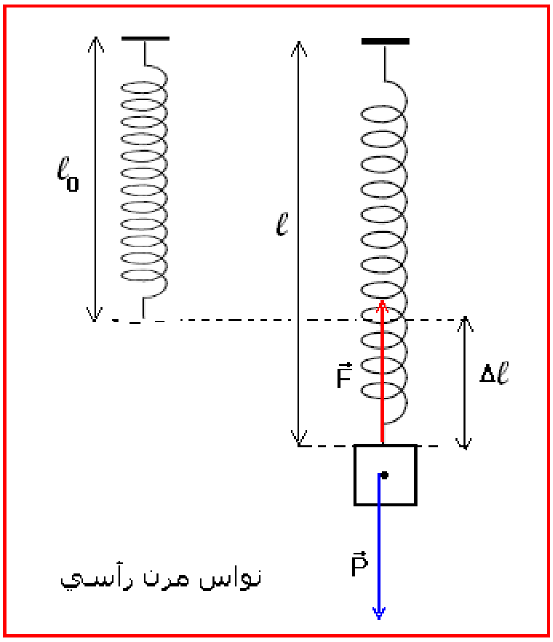
نقطة التأثير : نقطة التماس الجسم والنابض .

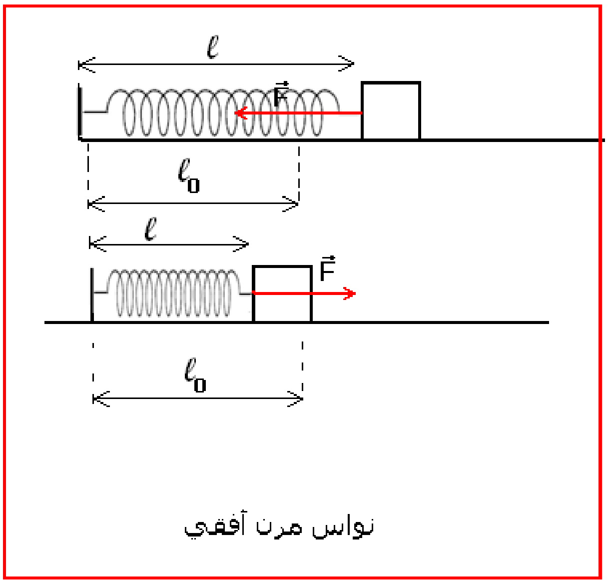
خط التأثير : محور النابض

المنحى : موجه نحو داخل النابض في حالة النابض مطالا ، أو خارجه في حالة النابض مكبوس أو مضغوط .

الشدة : $F = k\Delta\ell = k\left(\ell - \ell_0\right)$ حيث k صلابة النابض و $\Delta\ell$ إطالته بالمتر و ℓ_0 طوله البدئي ، ℓ طوله النهائي .

يمكن أن نقرن بإطالة النابض $\Delta\ell$ المتجهة $\overrightarrow{A_0A}$ وهي متجهة انتقال النقطة A بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$.



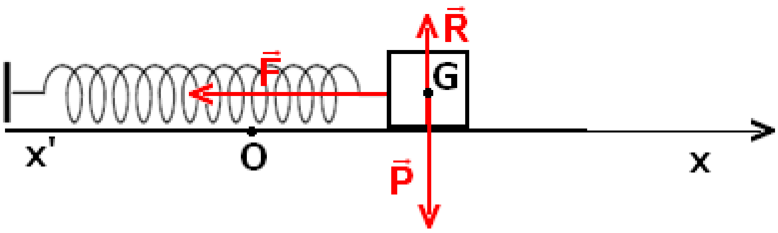


2 ــ المعادلة التفاضلية

نعتبر نواسا أفقيا بحيث ينجز الجسم الصلب (S) ذبذبات حرة وغير مخمدة .

نمعلم G مركز قصور الجسم الصلب بالأفصول x في معلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{i})$ أفقي يطابق أصله G_0 موضع G عند التوازن : $\overrightarrow{OG} = x\vec{i}$.

المعلم $\mathcal{R}$ مرتبط بمرجع أرضي باعتباره غاليليا حيث نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) أثناء حركته .



المجموعة المدروسة : الجسم (S) ذو كتلة m .

القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تأثير المستوى الأفقي على الجسم و $\vec{F}$ قوة الارتداد التي يطبقها النابض على الجسم بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$. بما أن الجسم في حركة إزاحة $\overrightarrow{A_0A} = \overrightarrow{G_0G}$

ومنه فإن $\vec{F} = -kx\vec{i}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$

لدينا $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ لغياب الحركة على المحور $\left(O,\vec{j}\right)$ وبالتالي $\vec{F}=m.\vec{a}$

الإسقاط على $\left(O,\vec{i}\right)$: $F=-kx\vec{i}$ بحيث أن x موضع G عند اللحظة t أي أن $-kx\vec{i}=\ddot{x}\vec{i}$.

نستنتج المعادلة التفاضلية من العلاقة السابقة : $kx+m\ddot{x}=0 \Rightarrow \ddot{x}+\dfrac{k}{m}x=0$

العلاقة : $\ddot{x}+\dfrac{k}{m}x=0$ تمثل المعادلة التفاضلية للنواس المرن .

ملحوظة : نفس المعادلة يمكن التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن الرأسي . أنظر التمرين التطبيقي 1

3 ـ حل المعادلة التفاضلية :

لدينا معادلة تفاضلية خطية حلها بصفة عامة هو على الشكل التالي : $x(t)=x_m\cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ حيث :

$(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$: طور التذبذبات عند اللحظة t وحدته rad .

φ طور الذبذبات عند اللحظة t=0 نعبر عنه ب rad .

x_m وسع الحركة بالمتر (m)

T_0 الدور الخاص للذبذبات ب s

طبيعة حركة مركز القصور G للجسم مستقيمية جيبية دالتها الزمنية هي : $x(t)=x_m\cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

ـ تحدد قيمتي x_m و φ انطلاقا من الشروط البدئية .

ـ لدينا :
$$-1\leq\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\leq+1\Rightarrow -x_m\leq x(t)\leq +x_m$$

4 ـ تعبير الدور الخاص

يحدد تعبير الدور الخاص انطلاقا من المعادلة التفاضلية بحيث نبحث عن الشرط الذي ينبغي توفره لكي تكون الدالة $x(t)=x_m\cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة :

لدينا $\dot{x}(t)=-\dfrac{2\pi}{T_0}x_m\sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ و كذلك $\ddot{x}(t)=-\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}x_m\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

في المعادلة التفاضلية :
$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)+\frac{k}{m}x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=0$$
$$x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\left(\frac{k}{m}-\frac{4\pi^2}{T_0^2}\right)=0$$

مهما كانت t أي أن $\left(\dfrac{k}{m}-\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}\right)=0\Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

بحيث أن T_0 الدور الخاص للنواس المرن

m كتلة الجسم (S) ب kg و k صلابة النابض ب (N/m)

نعبر كذلك عن التردد الخاص للذبذبات بالعلاقة التالية : $f_0=\dfrac{1}{T_0}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هي الهرتز (Hz) .

دراسة تجريبية : التحقق من العلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

نعلق كتلة معلمة بنابض ، ونمعلم موضع النقطة A عند التوازن $A_{éq}$.

نزيح الكتلة المعلمة رأسيا نحو الأسفل بالوسع x_m ونحررها بدون سرعة بدئية . بواسطة ميقث يدوي نقيس مدة 10 ذبذبات .

نعيد التجربة 3 مرات بحيث في كل مرة قيمة x_m .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير الكتلة في كل مرة مع الاحتفاض بنفس النابض .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير النابض في كل مرة واستعمال نفس الكتلة المعلمة .

1 ـ لماذا لا نقيس مباشرة ذبذبة واحدة ؟ هل يتعلق الدور الخاص بوسع الحركة ؟

2 ـ ما تأثير كل من كتلة الجسم المعلق و صلابة النابض على الدور الخاص ؟

3 ـ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

III ـ دراسة ذبذبات نواس اللي

1 ـ مزدوجة الارتداد المطبقة من طرف سلك اللي .

عند تطبيق مزدوجة قوتين على قضيب معلق بسلك ، فإن هذا الأخير يلتوي . وعند حذف المزدوجتين ، يعود السلك إلى موضع توازنه بفعل قوة الارتداد التي تطبقها مولدات السلك على القضيب وموجوع هذه القوى يكون مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي ونرمز لها ب $\mathcal{M}_C$.

عزم هذه المزدوجة مستقل عن المحور ونعبر عنه بالعلاقة التالية : $\mathcal{M}_C = -C.\theta$

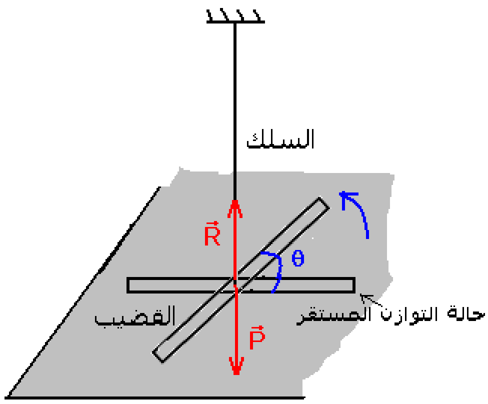
بحيث أن C ثابتة لي السلك وحدتها هي $N.m.rad^{-1}$ و θ زاوية اللي ب rad

تتعلق ثابتة اللي بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

2 ـ المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب وحلها .

نعتبر نواس اللي في توازنه المستقر . ندير القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ، ونحرره بدون سرعة بدئية ، فينجز القضيب حركة تذبذبية حرة حول موضع توازنه المستقر .

نعتبر الاحتكاكات مهملة . J_Δ عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد بالسلك . و C ثابتة اللي للسلك.



ندرس حركة القضيب في مرجع مرتبط بالأرض والذي نعتبره مرجعا غاليليا ، ونمعلم موضع القضيب بأفصوله الزاوي θ والذي نقيسه بالنسبة لاتجاه مرجعي وهو اتجاه القضيب عند التوازن .

جرد القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}$ وزن القضيب ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القضيب ، ومزدوجة اللي وعزمها هو $\mathcal{M}_C = -C.\theta$.

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب:

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right) + \mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}\right) + \mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ متطبقان لمحور الدوران فمفعولهما علة دوران القضيب منعدم أي أن عزمهما منعدم .

$$\mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

وبالتالي تكون المعادلة التفاضلية لحركة القضيب هي : $\ddot{\theta} + \dfrac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية شبيهة من ناحية الشكل بالمعادلة التفاضلية التي تم التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن وقياسا على ذلك فإن حلها سيكون على الشكل التالي : $\theta(t)=\theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

θ_m و φ تتعلقان بالشروط البدئية للحركة .

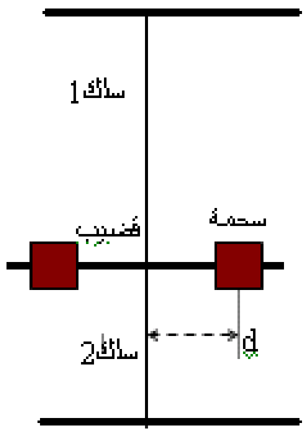
3 ـ الدور الخاص :

بتعويض حل المحصل عليه في المعادلة التفاضلية نحصل على الدور الخاص للنواس اللي الحر وهو على الشكل التالي :

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب (الجسم الصلب) بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه $kg.m^2$ و C ثابتة اللي للسلك نعبر عنها $N.m.rad^{-1}$.

التردد الخاص لنواس اللي هو : $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$

دراسة تجريبية : التحقق التجريبي من العلاقة $T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$



الجهاز التجريبي

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه والمتكون من سلكين ثلبتة ليهما على التوالي C_1 و C_2 بحيث أن ثابتة اللي المكافئة للسلكين هي

$C=C_1+C_2$

ونعلم أن ثابتة اللي تتعلق بطول السلك ℓ وهي تتناسب عكسيا مع الطول ℓ قضيب معدني متجانس يحمل في طرفيه سحمتين كتلة كل واحدة منهما هي m عزم قصوره هو $J'_\Delta=J_\Delta+2md^2$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب

نزيح القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ونطلقه بدون سرعة بدئية .

نلاحظ : ينجز القضيب حركة تذبذبية دورانية حول موضع توازنه في المستوى المتعامد مع القضيب

<u>1 ـ تأثير عزم قصور القضيب</u>

تجربة : نأخذ سلك ثابتة ليه C ونغير عزم قصوره J'_Δ

$J'_\Delta=J_\Delta+2md^2$

J_Δ عزم قصور القضيب . m كتلة السحمة أو الجسم المثبت على القضيب

d المسافة بين المحور (Δ) والسحمة .

نغير المسافة d ونقيس الدور الخاص T_0 بواسطة خلية كهر ضوئية مرتبطة بميقات إلكتروني .

نقارن قيم T_0 و J'_Δ ماذا نلاحظ ؟

كلما ازدادت d ازدادت كذلك T_0 أي كلما ازدادت J'_Δ ازدادت T_0

استنتاج : J'_Δ و T_0 يتناسبان أطرادا .

$$\boldsymbol{T_0=k\sqrt{J'_\Delta}}$$

<u>2 ـ تأثير ثابتة اللي للسلك .</u>

نثبت عزم قصور القضيب J'_Δ ونغير السلك ـ طوله أو طبيعته ـ

نقارن قيم T_0 و C ماذا نلاحظ ؟

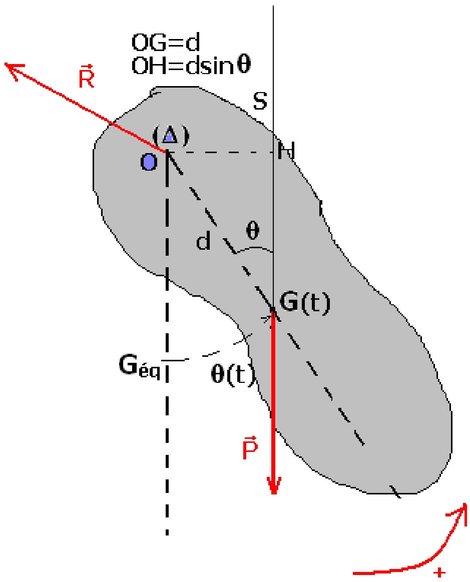
نلاحظ : أنه كلما ازدادت ثابتة اللي للسلك يتناقص الدور الخاص T₀

أي أن T₀ وC يتناسبان عكسيا والدراسة الكمية تبين أن : $T_0 = \dfrac{k'}{\sqrt{C}}$

3 ـ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

IV ـ دراسة ذبذبات النواس الوازن .

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وحلها .



المجموعة المدروسة : الجسم (S) كتلته m وعزم قصوره

بالنسبة لمحور الدوران (Δ) الأفقي J_Δ .

المعلم : مرتبط بالأرض، المرجع الأرضي ونعتبره غاليليا .

في كل لحظة نمعلم موضع النواس G بالأفصول الزاوي $\theta(t)$

جرد القوى المطبقة على المجموعة :

ـ وزنها $\vec{P}$

ـ تأثير المحور (Δ) على المجموعة $\vec{R}$.

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك على المجموعة في حالة الدوران

حول المحور (Δ) : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن خط تأثير القوة $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ) فإن عزمها

منعدم بالنسبة لهذا المحور : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

وبالتالي : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

لدينا : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgd\sin\theta$ أي أن (1) $\quad -mgd\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \dfrac{mgd}{J_\Delta}\sin\theta = 0$

العلاقة التي تم التوصل إليها هي المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وهي غير خطية وبالتالي فحلها ليس جيبيا .

حالة الذبذبات ذات وسع صغير .

تعتبر الذبذبات ذات وسع صغير إذا كانت $\theta \le 15°$ يعني أن $\theta \le 0,26rad$ في هذه الحالة تكون

$\sin\theta \approx \theta$ وتصبح المعادلة التفاضلية (2) $\quad \ddot{\theta} + \dfrac{mgd}{J_\Delta}\theta = 0$

قياسا مع ما سبق نقبل أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

2 ـ الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير .

الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب $(kg.m^2)$

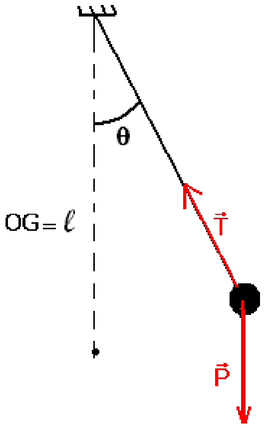
d المسافة الفاصلة بين المحور (Δ) ومركز قصور المجموعة المتذبذبة . ب (m)

m كتلة المجموعة ونعبر عنها ب (kg)

g شدة الثقالة $\left(m/s^2\right)$.

تعبير التردد الخاص f_0 لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة غير مخمدة وذات وسع صغير : $f_0=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{mgd}{J_\Delta}}$

3 ـ النواس البسيط



النواس البسيط هو نموذج مثالي للمتذبذب ميكانيكي . وهو حالة خاصة للنواس الوازن حيث :
$d=\ell$ و $J_\Delta=m\ell^2$. في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$\ddot{\theta}+\frac{g}{\ell}\theta=0$$

وتقبل هذه المعادلة كحلا لها : $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ وتمثل المعادلة الزمنية لحركة النواس البسيط .

تعبير الدور الخاص للنواس البسيط : $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ حيث ℓ طول النواس البسيط ب (m) و g شدة مجال الثقالة $\left(m/s^2\right)$.

طول النواس البسيط المتواقت مع النواس البسيط :
نقول أن النواس البسيط متواقت مع النواس الوازن إذا كان لهما نفس الدور
أي أن دور النواس البسيط =دور النواس الوازن .

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}\Rightarrow \ell=\frac{J_\Delta}{md}$$

V ـ ظاهرة الرنين الميكانيكي

1 ـ الذبذبات القسرية

في الواقع تؤثر الاحتكاكات على حركة المتذبذبات الميكانيكية والتي تؤدي إلى خمود حركتها مع الزمن في حالة ما لم يتم تعويض الطاقة المفقودة من طرف المحيط الخارجي . عكس ذلك تكون حركة المتذبذب مصانة . للحصول على هذا النوع من الذبذبات يتم تجميع المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة . يسمى هذا الأخير بالمثير وهو مجوعة ذات حركة جيبية تفرض دورها T_e على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان ، فتصبح هذه الأخيرة تنجز ذبذبات قسرية دورها $T_0=T_e$.

2 ـ تمرين تجريبي (بكالوريا فرنسية يونيو 2003 Ile de La Réunion) بتصرف

ننمذج النوابض أو المخمدات (les amortisseurs) التي تحمل السيارة بنابض ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته $K=40N/m$ (القيمة المشار إليها من طرف الصانع)

I ـ دراسة حالة التوازن

للتأكد من قيمة صلابة النابض ، نقيس الطول الأصلي للنابض $\ell_0=10,0cm$ ، ثم ، في تجربة أخرى نعلق بطرفه الحر جسم كتلته $m=100g$ ، فيصبح طول النابض النهائي $\ell=12,4cm$. نعطي $g=10m/s^2$.

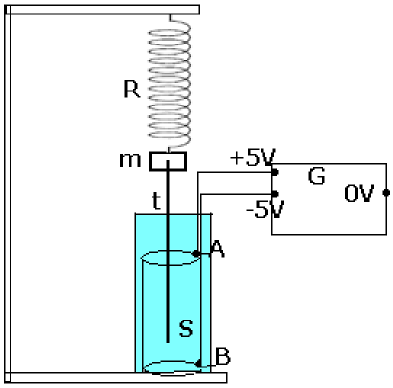
1 ـ 1 أحسب صلابة النابض K' .
دراسة توازن الجسم المعلق بالنابض :
جرد القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزن الجسم ، $\vec{F}$ توتر النابض
نطبق شرطا التوازن بالنسبة لجسم خاضع لقوتين وفي حالة توازن أن لهتين القوتين نفس الشدة :

$F=P\Rightarrow mg=K\Delta\ell$ وبالتالي فإن $K=\dfrac{mg}{\Delta\ell}=42N/m$

1 ـ 2 ما هو الخطأ النسبي الناتج عن عملية القياس التي قام بها المجرب بالنسبة للقيمة K المشار إليه من طرف الصانع .

نذكر بأن الخطأ النسبي لمقدار X هو $\frac{X_{\exp} - X_{th}}{X_{th}}$

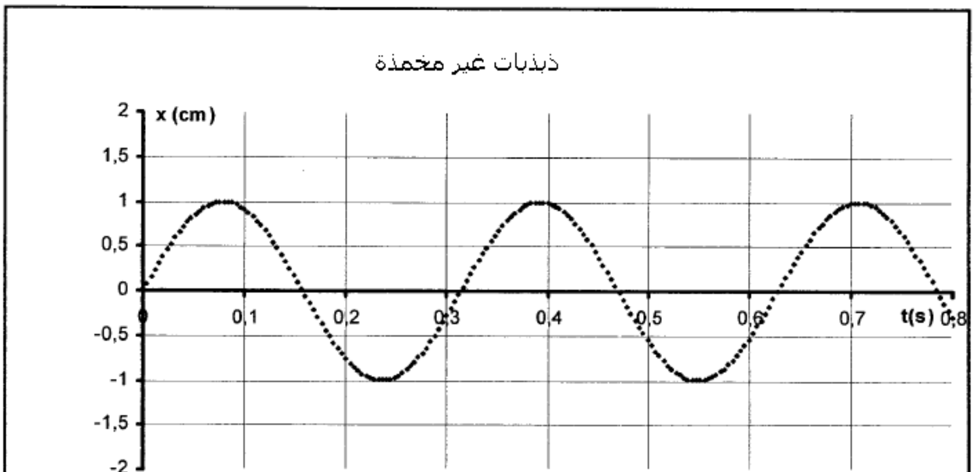
حسب العلاقة الخطأ النسبي هو : $\frac{42-40}{42} = 0,05 = 5\%$



الشكل 1

II ـ الدراسة التحريكية

لدراسة حركة المجموعة { النابض + الجسم } نستعمل المجموعة الممثلة في الشكل (1) والتي تتكون من إلكترودين A و B ، مثبتين في محلول S ، ومرتبطين بالقطبين $(+5V, -5V)$ لمولد التوتر المستمر .
قضيب فلزي t مكسوا كليا بعازل ومثبت بكتلة معلمة m . طرفه E يتبع حركة الكتلة المعلمة m .
يمكّن قياس التوتر بين النقطة O والقطب $0V$ للمولد من كشف موضع النقطة E . مما يمكن كذلك من معرفة موضع الكتلة m خلال الحركة التذبذبية .
هذه المجموعة مرتبطة بجهاز يستقبل المعطيات وبواسطة برنم ملائم يمكن معالجتها للحصول على منحنى تغيرات الأفصول x للكتلة m بدلالة الزمن t وذلك بعد أن إزاحة الكتلة m عن موضع توازنها نحو الأسفل ب $1cm$ وتحريرها بدون سرعة بدئية . حيث نحصل على ذبذبات حرة وغير مخمدة . أنظر الشكل 2 .



الشكل 2

1 ـ حدد الدور الخاص لحركة المتذبذب . هل هذه القيمة توافق القيمة النظرية للدور الخاص ؟
من خلال المبيان نحصل على القيمة التجريبية للدور اللخاص للمتذبذب المرن $T_{0\exp} = 0,33s$.

حساب القيمة النظرية للدور الخاص : $T_{0th} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,314s$ تتوفق مع القيمة التجريبية .

2 ـ باستعمال معادلة الأبعاد ، بين أن وحدة الدور الخاص هي الثانية.

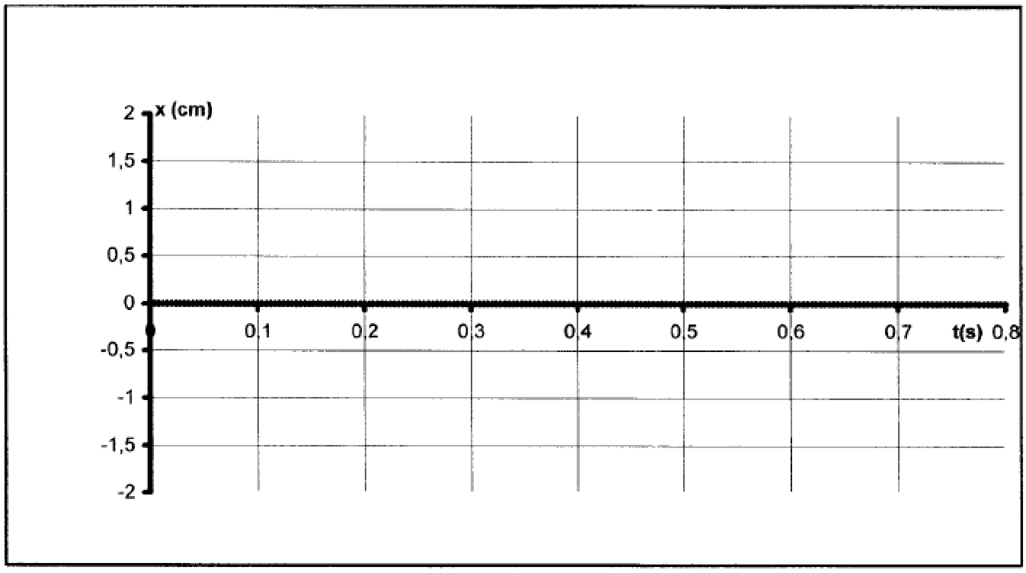
نعلم أن $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ 2π بدون وحدة و وحدة الكتلة هي kg و وحدة صلابة النابض N/m

وأن النيوتن هو $kg.m/s^2$

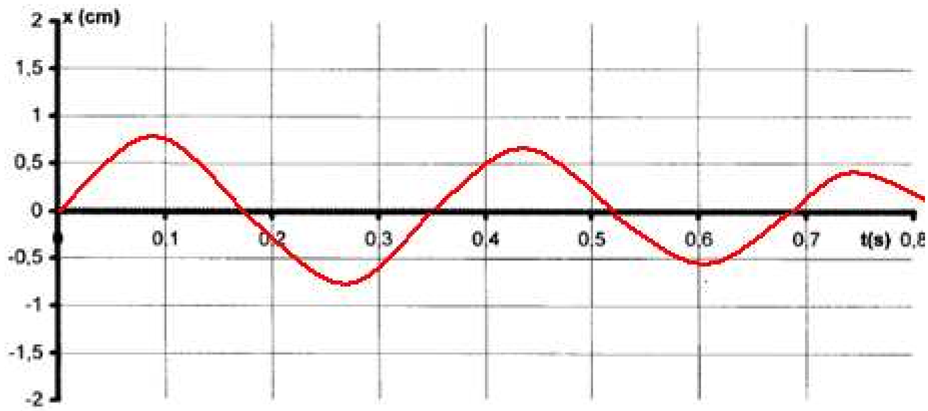
تكتب معادلة الأبعاد للدور الخاص T_0 على الشكل التالي :

$[T_0]=\left(\frac{[M].[L].[T]^2}{[M].[L]}\right)^{1/2}=[T]$ أي أن وحدة الدور الخاص هي الثانية (s) .

3 ـ نعوض المحلول (S) بمحلول آخر لزوجته أكبر . خط شكل المنحنى المحصل علية في هذه الحالة .



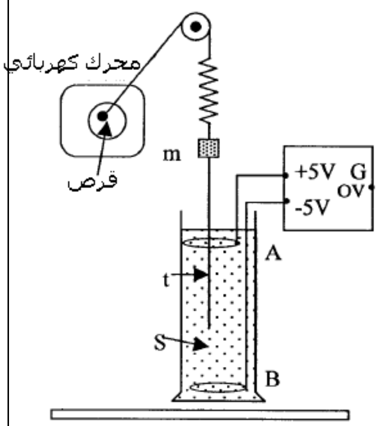
شكل المنحنى المحصل عليه :



III ـ دراسة ذبذبات قسرية

نجز التركيب التجريبي التالي الشكل 3 ، حيث بواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر من مجرى بكرة مثبتة ، نربط طرف النابض بمحرك كهربائي يحدث لقرص حركة دوران منتظم حول محور ثابت . عند تشغيل المحرك يحدث الجهاز { المحرك ، القرص ، الخيط } للنواس المرن حركة تذبذبية ترددها يتناسب اطرادا مع سرعة دوران القرص . ننجز عدة تسجيلات لمختلف سرعات دوران القرص المرتبط بالمحرك حيث تردده f بالهرتز .

ونسجل تغيرات وسع كل تسجيل بدلالة التردد f فنحصل على الجدول التالي :



الشكل 3

1 ــ حدد من خلال هذه التجربة المجموعة التي تلعب دور المثير

$f\,(Hz)$	1,5	2	2,5	2,8	3,1	3,2	3,3	3,6	4	4,5
$x_{\max}\,(cm)$	0,4	0,6	1	1,5	2,1	2,3	2	1,5	1	0,7

والمجموعة التي تلعب دور الرنان .

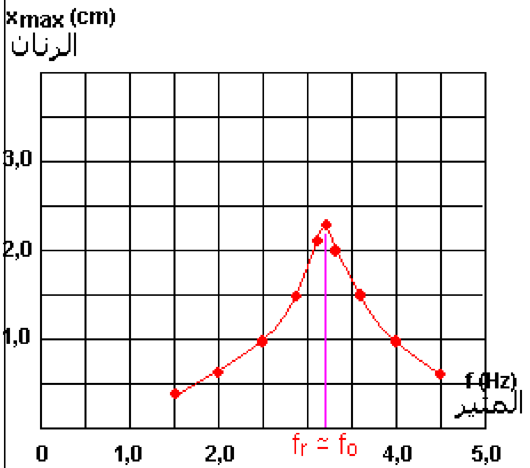
تنجز مجموعة ميكانيكية ذبذبات قسرية عندما يفرض مثير دوره على هذه المجموعة التي تسمى بالرنان

2 ــ مثل على ورق مليمتري $x_m = g(f)$ باستعمال السلم : $1cm \leftrightarrow 0,5Hz$ و $1cm \leftrightarrow 0,5cm$

3 ــ ما اسم الظاهرة المحصلة عند $f = 3,2Hz$ ؟ استنتج في هذه الحالة دور الذبذبات .

4 ــ قارن هذا الدور مع دور الذبذبات الحرة غير المخمدة .

5 ــ ما التغيرات الملاحظة عند استعمال محلول ذي لزوجة (S) أكبر ؟



عندما نستعمل محلول لزوجته أكبر ستزداد الاحتكاكات وبالتالي سيتناقص وسع الذبذبات وكذلك دورها عند الرنين .

تأثير الخمود على الرنين :

في حالة الخمود الضعيف للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة كبيرة ، نقول أن الرنين حادا .

في حالة الخمود القوي للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة صغير ، نقول إن الرنين ضبابي

IV ــ المجموعة معاليق السيارة

تتكون المجموعة معاليق السيارة من نوابض ومخمدات . تكون السيارة المجموعة المتذبذبة ترددها الخاص f_0 .

تحدث الرياح على رمال الصحراء ممرات متموجة تسمى بالمطالة المتموجة « les tôles ondulées » فهي تحتوي على حدبات متتالية ومنتظمة تفصل بينها مسافة L (بعض العشرات من السنتيمترات) بالنسبة لسرعة v_R ، تخضع السيارة لذبذبات ذات وسع قوي والتي يجب تجنبها حتى لا يتم إتلاف السيارة .

1 ــ فسر هذه الظاهرة موضحا دور الممرات المتموجة .

ننمذج معاليق السيارة بمتذبذب ميكانيكي تردد الخاص f_0 له دور الرنان ، عند مرورها من تموجات أو حدبات ممتالية والتي تلعب دور المثير فإن السيارة ستخضع إلى دفعات دورية أي لها تردد وهو تردد المثير في حالة هذا التردد يساوي تردد الرنان f_0 ستكون عندنا ظاهرة الرنين وبالتالي ستتلف السيارة

2 ــ عبر عن السرعة v_R بدلالة f_0 و L .

المدة الزمنية المستغرقة خلال مرور السيارة من حدبتين هي $\Delta t = \dfrac{L}{v_R}$ وهي تمثل دور المثير أي أن

تردده هو : $f_e = \dfrac{1}{T_e} = \dfrac{v_R}{L}$ بما أنه عند الرنين $f_e = f_0$ فإن $v_R = L.f_0$.

تطبيق عددي : $v_R = 14,4km/h$