Le dipôle R-C ثنائي القطب

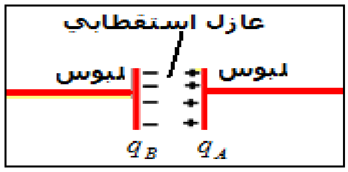
1- المكثف – Le condensateur

تعريف، الرمز الاصطلاحي للمكثف

تعريف : يتكون المكثف من موصلين أو لبوسين (Armatures) يفصل بينهما عازل استقطابي (diélectrique)".

الرمز الاصطلاحي لمكثف :

كل مكثف يميزه مقدار يسمى سعة المكثف و نرمز لها بـ C و حدتها في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد F

شحنة المكثف	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار.	العلاقة بين الشحنة و التوتر	العلاقة بين التوتر و شدة التيار.
نسمي شحنة المكثف ، كمية الكهرباء q التي يتوفر عليها أحد لبوسيه .  لتكن q_A شحنة اللبوس A، $(q_A \succ 0)$ و q_B شحنة اللبوس B، $(q_B \prec 0)$ ، في هذه الحالة : $q = q_A = -q_B$	شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحن الكهربائية ، و هي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن $i = \frac{dq_A}{dt}$."	تتناسب شحنة المكثف اطرادا مع التوتر بين مربطيه $q(t) = CU_C(t)$ حيث C سعة المكثف	العلاقة بين الشحنة و شدة التيار. $i = \frac{dq_A}{dt}$ العلاقة بين الشحنة و التوتر $q(t) = CU_C(t)$ العلاقة بين التوتر و شدة التيار. i(t)=$C.\frac{dU_C(t)}{dt}$

2 - تعبير الطاقة المخزونة في المكثف

القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف المكثف هي : $P = u_C(t).i(t)$ و اذن تعبير الطاقة $dE_e = P\,dt$ اذن $dE_e = u_C(t).i(t)\,dt$

بما ان $i(t) = C.\frac{du_C}{dt}$ فان $dE_e = C.u_C\,du_C$

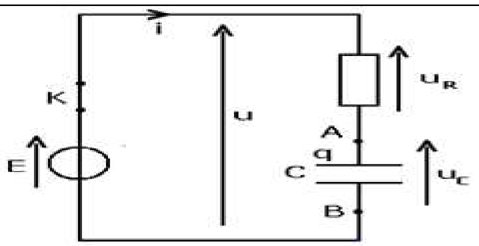
و هكذا : $$dE_e = d\left(\frac{1}{2}C.u_C^2 + k\right)$$

أي أن تعبير الطاقة المخزونة بالمكثف هي : $E_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 + k$. $(k = Cte)$ تمثل الطاقة البدئية بالمكثف

عند $(t=0)$، يكون المكثف غير مشحون و بالتالي $E_e(t=0) = 0$ و $u_C(t=0) = 0$ أي أن $k = 0$. $E_e = \frac{1}{2}C.u_C^2$:

3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر

3-1- المعادلة التفاضلية للدارة



- قبل غلق الدارة $u_C = 0$ (المكثف مفرغ).
- عند لحظة $t = 0$ نغلق الدارة .

حسب قانون إضافية التوترات نكتب :

$$u(t) = u_R(t) + u_C(t)$$ مع $u(t) = E$

حسب قانون أوم $u_R(t) = R.i(t)$ مع $i(t) = C.\frac{du_C}{dt}$.

و هكذا نجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي مكثف: $$RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

3-2- تعبير التوتر $U_C(t)$

حل هذه المعادلة التفاضلية، على شكل : $u_C(t) = A.e^{-k.t} + B$ و A و B و k ثوابت .

<u>نحدد B:</u> المشتقة الأولى لـ $u_c(t)$ هي: $\frac{du_C}{dt} = -k.Ae^{-k.t}$.

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau.k.Ae^{-k.t} + Ae^{-k.t} + B = E$ أي أن : $Ae^{-k.t}(1 - k.\tau) = E - B$.

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت t ($\forall t$) يجب أن يكون $(1 - k.\tau) = 0$ أي : $k = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$ و بالتالي B=E و $\tau = R.C$

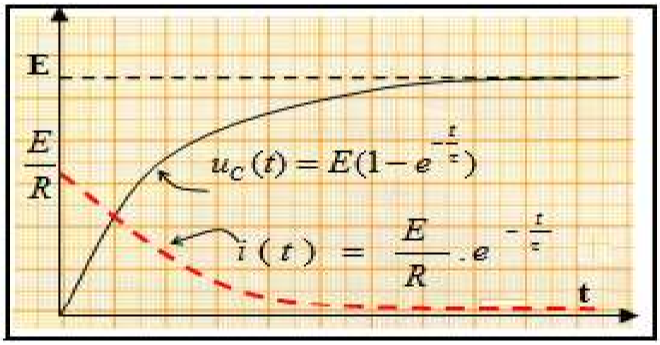
و هكذا: $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}} + E$

<u>نحدد A :</u> عند الشروط البدئية ، أي عند $(t=0)$ المكثف مفرغ بدئيا: $u_C(t=0) = A + E = 0$ و منه $A = -E$.

بالتالي: $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

ثابتة الزمن τ=R.C:

- بعد R، $[R]$: حسب قانون أوم : $R=\dfrac{U}{I} \Leftarrow [R]=\dfrac{[U]}{[I]}$.	- بعد C، $[C]$: بالنسبة للمكثف : $i=C.\dfrac{du_C}{dt} \Leftarrow [C]=\dfrac{[I].[t]}{[U]}$	+ معادلة الأبعاد للجداء $R.C$: $[\tau]=[R].[C]$ و هكذا : $[R].[C]=[t]$: المقدار $\tau=R.C$ له بعد زمن ، نسميه ثابتة الزمن



3-3- تعبير شدة التيار الكهربائي المار في الدارة :

من العلاقة $i(t)=\dfrac{dq}{dt}=C.\dfrac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ و $(\tau=R.C)$.

نجد : $i(t)=C.E\left[0-(-\dfrac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}})\right]=E.C.\dfrac{1}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

ومنه $i(t)=\dfrac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

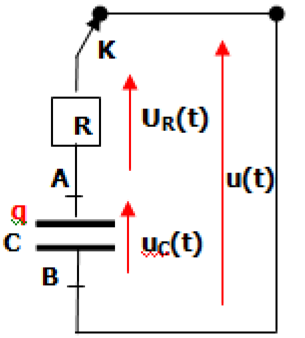
تحدد τ ثابتة الزمن بالطرق التالية

* المستقيم المماس عند t=0 حيث نقطة تقاطع المماس مع محور الافاصيل يمثل τ

* المقدار عند اللحظة t=τ حيث تسقط الكمية $U_C(\tau)=0,63.E$

* بتحديد زمن النصف $t_{1/2}$ حيث نستعين بالعلاقة $t_{1/2}=\tau.Ln(2)$

3: استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر



3-1- المعادلة التفاضلية:

- في لحظة $t=0$ ، نضع قاطع التيار K في الموضع (2) ، حيث المكثف مشحون أي : $u_C(0)=E$.

حسب قانون إضافة التوترات نكتب : $u_C(t)+u_R(t)=u(t)=0$

مع $u_R(t)=R.i(t)$ و $i(t)=\dfrac{dq}{dt}$ و $u_R(t)=R.C\dfrac{du_C}{dt} \Leftarrow q=C.u_C(t)$.

و بالتالي : $u_C(t)+\tau.\dfrac{du_C(t)}{dt}=0$ مع $(\tau=R.C)$

" المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي مكثف خلال تفريغه في موصل أومي ".

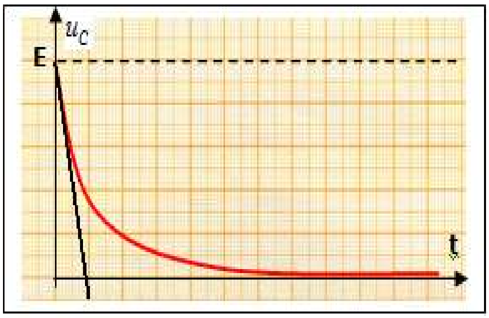
3-2- تعبير التوتر بين مربطي المكثف

تعبير التوتر بين مربطي المكثف حل المعادلة التفاضلية و يكتب

على شكل : $u_C(t)=A.e^{-k.t}+B$ مع A و B و k ثوابت .

$\dfrac{du_C}{dt}=-k.Ae^{-k.t}$. نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\begin{cases} -R.C.k.Ae^{-k.t}+Ae^{-k.t}+B=0 \\ Ae^{-k.t}(1-R.C.k)+B=0 \end{cases}$$

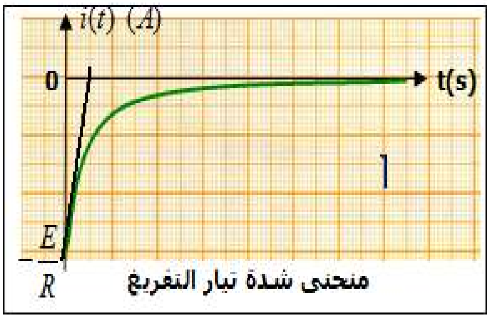


تَحَقُّق هذه المعادلة ، يوافق $1-R.C.k=0$ أي أن : $k=\dfrac{1}{R.C}=\dfrac{1}{\tau}$ ، و بالتالي :

$B=0$.

عند $(t=0)$: $u_C(0)=E=A.e^0$ أي أن : $A=E$.

و هكذا : $u_C(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau=R.C$.



3-3- تعبير شدة تيار التفريغ :

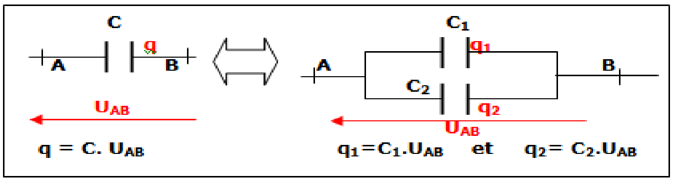
لدينا $i(t)=\dfrac{dq}{dt}=C\dfrac{du_C}{dt}$ مع $u_C(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ و هكذا :

$$i(t)=-\frac{E}{\tau}C.e^{-t/\tau}=-\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

الاشارة – تدل على ان المكثف يلعب دور المولد في الدارة لكن منحى التيار ليس في منحاه الحقيقي

2- تجميع المكثفات:

التجميع على التوازي:



q : الشحنة الكلية للمكثف :

$$q = q_1 + q_2$$

$$C.U_{AB} = C_1.U_{AB} + C_2.U_{AB}$$

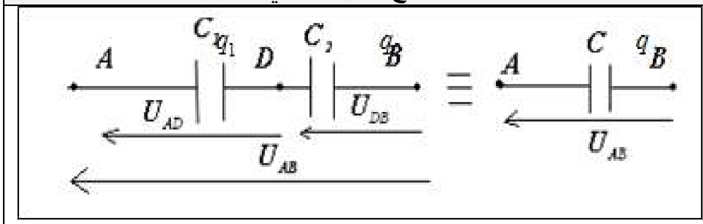
و بالتالي : $C = C_1 + C_2$

تعميم: سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوازي .

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

هذا التركيب يرفع السعة

التجميع على التوالي:



$$q = q_1 = q_2$$

$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$$

و بالتالي : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

تعميم: سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوالي .

كل مكثف إذا استعمل لوحده $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i}$.

هذا التركيب يُضَعِّفُ السعة

انتهى