ثنائي القطب RL
Dipôle RL

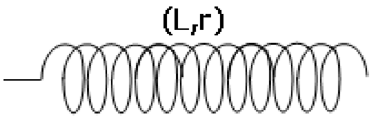
I ـ الوشيعة : la bobine

1 ـ التعريف

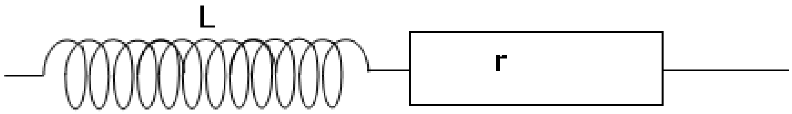
الوشيعة ثنائي قطب يتكون من لفات ، من سلك من النحاس ، غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية ببرنيق عازل كهربائي .

رمز الوشيعة :

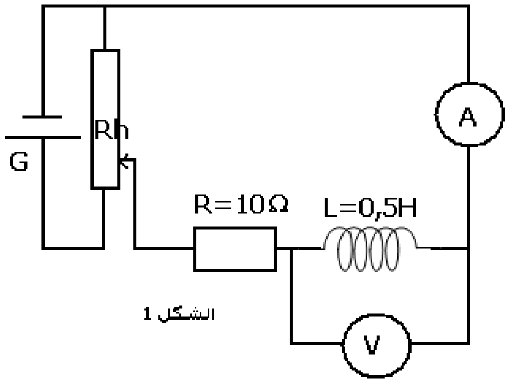
لتمثيل لوشيعة نستعمل أحد الرمزين التاليين :



الشكل 1



الشكل 2



الشكل 1

حيث r مقاومة الوشيعة و L معامل يميز الوشيعة يسمى معامل التحريض الذاتي . وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الهنري (H) Henry .

وتقاس L بوسطة جهاز مقياس معامل التحريض الذاتي .

2 ـ التوتر بين مربطي وشيعة .

النشاط التجريبي 1

I ـ ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (1) والذي يتكون من مولد التوتر المستمر ومعدلة ووشيعة دون نواة الحديد معامل تحريضها الذاتي L=10mH ومقاومتها صغيرة ، وموصل أومي مقاومته R=100Ω وأمبيرمتر لقياس التيار الكهربائي المار في الدارة

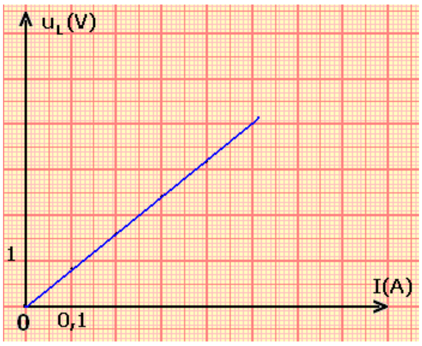
نضع فولطمتر لقياس التوتر بين مربطي الوشيعة ونغلق قاطع التيار K .

نغير قيم التوتر بواسطة المعدلة وفي كل مرة نقيس التوتر u_L بين مربطي الوشيعة وكذلك شدة التيار I المار في الدارة .

فنحصل على النتائج التالية :

3,2	2,4	1,6	0,8	0	u_L(V)
0,4	0,3	0,2	0,1	0	I(A)

استثمار النتائج :



1 ـ مثل المنحنى u_L بدلالة الشدة I .

2 ـ بين أن الوشيعة تتصرف كموصل أومي .

حسب المنحنى المحصل عليه أن التوتر بين مربطي الوشيعة يتناسب اطرادا مع شدة التيار المار فيها ، مما يبين أن الوشيعة تتصرف كموصل أومي مقاومته r

3 ـ حدد r مقاومة الوشيعة وقارنها بالقيمة التي يشير إليها الصانع .

r المعامل الموجه للمنحنى : $r = \dfrac{\Delta U_L}{\Delta I} = \dfrac{2,4-0,8}{0,3-0.1} = 8\Omega$

4 ـ استنتج العلاقة بين u_L و r و I .

$$U_L = rI$$

II

منخفضة GBF ، حيث يعطي تيارا مثلثيا تردده f=400Hz ، وتوتره الأقصى 5V . نستعمل برنم إلكتروني

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (2)

نرسم على ورق مليمتري الرسم التذبذبي المحصل عليه .

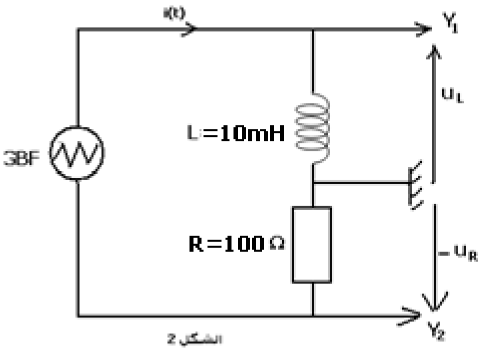
استثمار

1 ــ لماذا يمكن المدخل Y_2 لكاشف التذبذب من معاينة تغيرات شدة التيار الكهربائي المار في الدارة ؟

Y_2 تعاين التوتر بين مربطي الموصل الأومي : $u_R = -Ri$ أي أن u_R و i يتناسبان اطرادا ، المنحنى المحصل عليه له نفس شكل المنحنى لتغيرات شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة

2

2 ــ 1 حدد قيمة المعامل a ، ما وحدته ؟



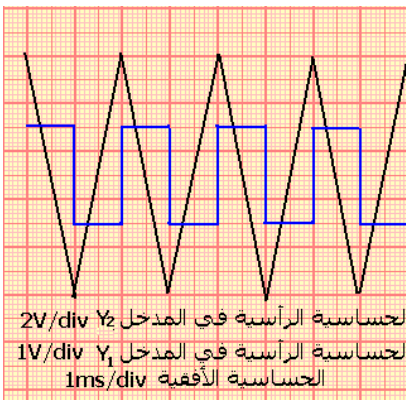
$$i(t) = \frac{-u_R}{R} = \frac{a't + b'}{R} = at + b$$

$$a = \frac{a'}{R} = \frac{\Delta u}{R.\Delta t} = \frac{-10}{100.10^{-3}} = -100A/s$$

$$b = \frac{5}{100} = 5.10^{-2}A$$

$$i(t) = -100t + 5.10^{-2}$$

2 ــ 2 عين ، بالنسبة للنصف الأول من الدور ، قيمة التوتر $u_L(t)$بين مربطي الوشيعة ، ثم استنتج النسبة $\frac{u_L(t)}{\frac{di}{dt}}$.



حسب المعاينة على شاشة راسم التذبذب لدينا $u_L = 1V$

$$\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{1}{100} = 10^{-2}H = 10mH$$

$$\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = L \Rightarrow u_L = L\frac{di}{dt}$$

2 ــ 3 قارن هذه النسبة مع معامل التحريض الذاتي L للوشيعة المستعملة .

استنتج العلاقة بين u_L و L و $\frac{di}{dt}$.

3

التجربة لم تؤخذ هذه المقاومة بعين الاعتبار لكون تأثيرها مهملا .

اقترح علاقة عامة للتوتر u_L بين مربطي الوشيعة تضم r و $i(t)$ و L و $\frac{di}{dt}$.

$$\mathbf{u_L(t) = r.i(t) + L.\frac{di}{dt}}$$

خلاصة :

بالنسبة لوشيعة دون نواة حديد ، وفي الاصطلاح مستقبل يعبر عن التوتر $_L$ بين مربطي وشيعة بالعلاقة :

$$\mathbf{u_L(t) = r.i(t) + L.\frac{di}{dt}}$$

$u_L(t)$ بالفولط (V) ، $i(t)$ بالأمبير ، r بالأوم ، L بالهنري .

النشاط التجريبي 2 : تأثير الوشيعة على دارة كهربائية .

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (3)

نغلق قاطع التيار K .

استثمار :

1

1 ـ 1 هل يتألق المصبحان L_1 و L_2 مباشرة بعد إغلاق الدارة ؟

نعم يتألق المصبحان L_1 و L_2 ونلاحظ أن المصباح L_1 يتألق قبل المصباح L_2

1 ـ 2 كيف تتغير شدة التيار المار في كل من L_1 و L_2 ؟

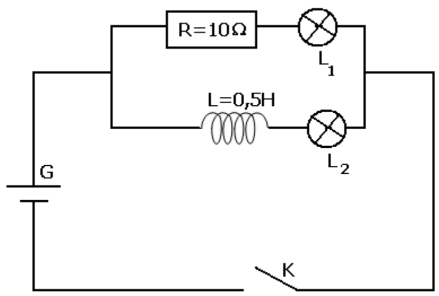
تتغير شدة التيار في المصباح L_1 لحظيا بينما في المصباح L_2 تتغير تدريجيا متأخرة بلحظات عن تألق L_1

2 ـ ما تأثير الوشيعة على إقامة التيار ؟

الوشيعة تؤخر إقامة التيار

3 ـ ماذا يحدث عند فتح الدارة ؟ ما تأثير الوشيعة ، عند انعدام التيار ؟

نفس الملاحظة أن الوشيعة تؤخر انعدام التيار في الفرع الذي يضمها .



خلاصة :

في دارة كهربائية تحتوي على وشيعة ، تؤخر هذه الأخيرة إقامة التيار أو انعدام التيار في هذه الدارة أي بصفة عامة فالوشيعة تقاوم تغير شدة التيار الذي يمر فيها . وهذا ناتج عن تأثير الجداء $L.\dfrac{di}{dt}$.

3 ـ استغلال تعبير التوتر بين مربطي وشيعة .

عند إهمال مقاومة الوشيعة ، يصبح التوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة كالتالي :

$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

* $i(t)$ تزايدية فإن $u_L(t)>0$

* إذا كان تغير شدة التيار الكهربائي سريع جدا (dt صغيرة جدا بينما di كبيرة جدا أي أن الإشتقاق له قيمة كبيرة جدا) وبالتالي $u_L(t)$ تأخذ قيمة كبيرة جدا مما يؤدي إلى ظهور **فرط التوتر** بين مربطي الوشيعة

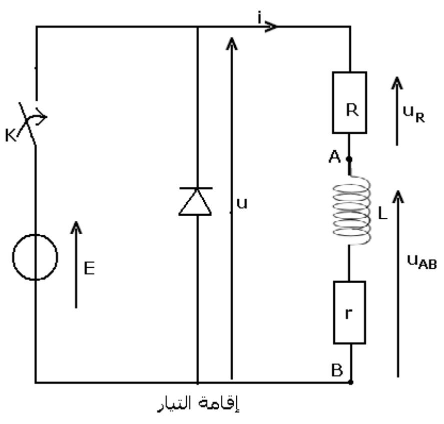
II ـ ثنائي القطب RL

يتكون ثنائي القطب RL من موصل أومي مقاومته R مركب على التوالي مع وشيعة مقاومتها r ومعامل تحريضها L .

نسمي المقاومة الكلية لثنائي القطب هذا $R_t=R+r$.

1 ـ استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر .

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار المار في الدارة RL .



نعتبر الدارة RL الممثلة في الشكل جانبه .

نغلق قاطع التيار K في اللحظة t=0 . يأخذ التوتر بين مربطي الدارة RL لحظيا القيمة E (رتبة صاعدة للتوتر) . $i(t)$ شدة التيار الذي يمر في الدارة عند **إقامة التيار** استجابة لرتبة توتر صاعدة .

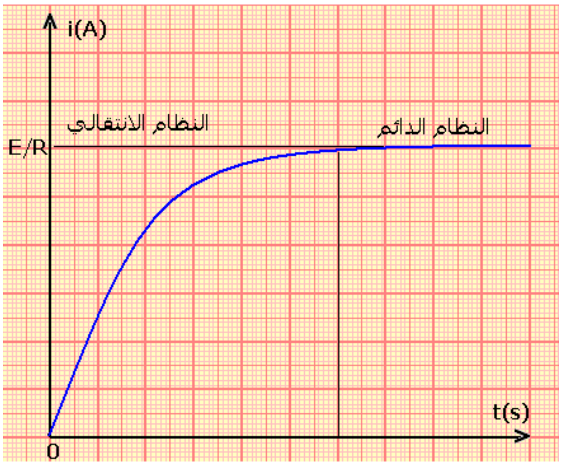
حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u = u_{AB} + u_R$$

بحيث أن $u = E$ و $u_R = Ri(t)$ و $u_{AB} = ri + L\dfrac{di}{dt}$ أي أن

$$E = L\frac{di}{dt} + (R + r)i$$

بما أن $R+r=R_t$ فإن $L\frac{di}{dt} + R_t i = E \Rightarrow \frac{L}{R_t}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$



نضع $\tau = \frac{L}{R_t}$ فتصبح المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة

التيار $i(t)$ المار في الدارة RL هي :

$$\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$$

<u>1 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية .</u>

يكتب المعادلة التفاضلية التالية : $\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$

على الشكل التالي : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ حيث A و B و α ثابت

يجب تحديدها .

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

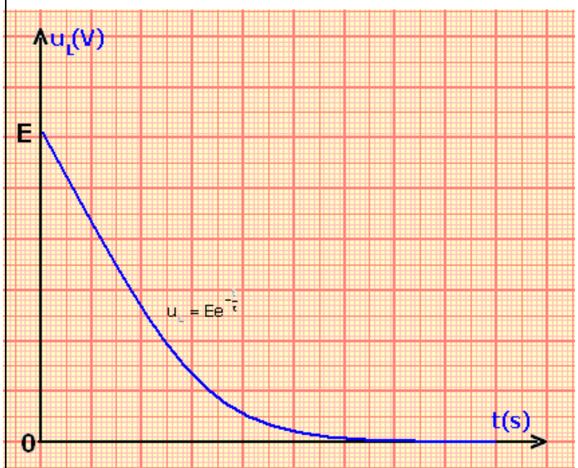
$$\tau\left(-\alpha Ae^{-\alpha t}\right) + Ae^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_t} \Rightarrow (1 - \alpha\tau)Ae^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_t}$$

$$1 - \alpha\tau = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$$

$$B = \frac{E}{R_t}$$

وبالتالي سيكون حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $i(t) = Ae^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$

تحديد الثابتة A حسب الشروط البدئية : $i(0)=0$ وهي ناتجة عن كون $i(t)$ دالة متصلة في أي لحظة من لحظات تشغيل الوشيعة بما في ذلك اللحظة $t=0$ حيث يمكن أن نكتب $i(t) = i(t+\varepsilon) = i(t-\varepsilon)$ بحيث أن ε عدد موجب قريب من الصفر .



حسب حل المعادلة لدينا $i(0)=A+B=0$ أي أن $A = -\frac{E}{R_t}$

نضع $I_0 = \frac{E}{R_t}$ فيكون حل المعادلة التفاضلية هو :

$$i(t) = I_0\left(1 + e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

2 ـ تعبير التوتر بين مربطي وشيعة .

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

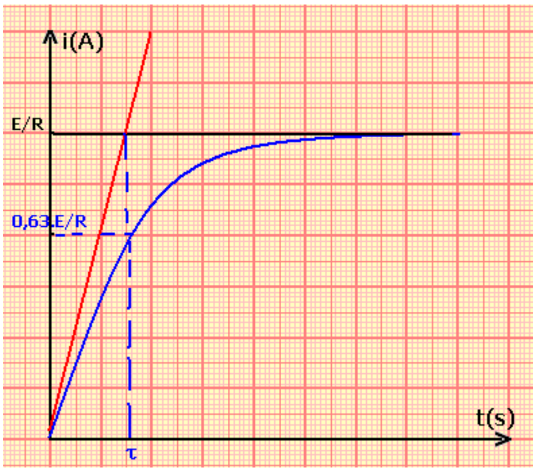
أي أن $u = u_{AB} + Ri(t)$

$$u_L = u - Ri(t) \Rightarrow u_L = E - R.\frac{E}{R_t}\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

نهمل مقاومة الوشيعة أمام المقاومة R فتصبح $R_t=R$ وبالتالي :

$$u_L = E\left(1-\left(1+e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right) \Rightarrow u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

3 ــ ثابتة الزمن τ



__3 ــ 1 معادلة الأبعاد لثابتة الزمن__ $\tau = \dfrac{E}{R_t}$

نعلم أن $\left[\dfrac{L}{R_t}\right]=\dfrac{[L]}{[R]}$ ولدينا كذلك $L=\dfrac{u_L}{\dfrac{di}{dt}} \Rightarrow [L]=\dfrac{[V][s]}{[A]}$:

أي أن $[R]=\dfrac{[V]}{[A]}$:

$$\left[\frac{L}{R_t}\right]=\frac{[V][s]}{[A]}\times\frac{[A]}{[V]} \text{ أي أن } \left[\frac{L}{R_t}\right]=[s]$$

أي أن القيمة $\tau=\dfrac{E}{R_t}$ لها بعد زمني تسمى ثابتة الزمن وتميز ثنائي القطب RL .

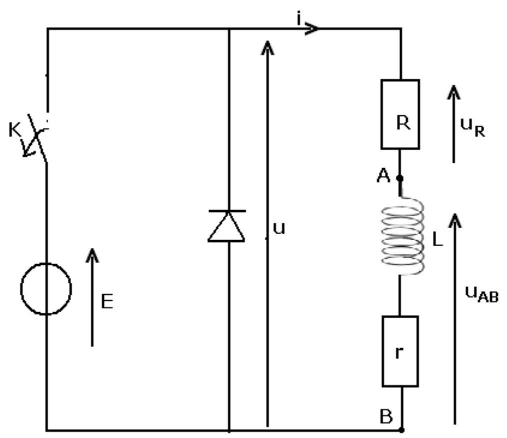
__3 ــ 2 كيفية تحديد τ__

هناك طريقتين :

ــ الطريقة الأولى وهي : حساب $i(\tau)$ ونحدد أفصولها على المنحنى $i(t)$.

ــ الطريقة الثانية : استعمال المماس في اللحظة t=0 ونحدد نقطة تقاطعه مع E/R . أنظر الشكل جانبه .

4 ــ انعدام التيار في دارة تضم ثنائي قطب RL .



انعدام التيار

عند فتح قاطع التيار ، يتغير التوتر من القيمة E إلى القيمة الصفر (رتبة توتر نازلة) نقول أن هناك انعدام التيار في الدارة RL .

نطبق قانون إضافية التوترات نتوصل إلى العلاقة التالية :

$$L\frac{di}{dt}+(R+r)i=0 \text{ أي } \tau\frac{di}{dt}+i=0 \text{ بحيث أن } \tau=\frac{L}{R+r}=\frac{L}{R_t}.$$

حل هذه المعادلة التفاضلية هو :

$i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$ بحيث أن $\tau=\dfrac{L}{R_t}$ و $I_0=\dfrac{E}{R_t}$ باعتبار أن $i(0)=I_0$.

في هذه الحالة نحدد مبيانيا ثابتة الزمن بتطبيق العلاقة : $i(\tau)=0,37I_0$

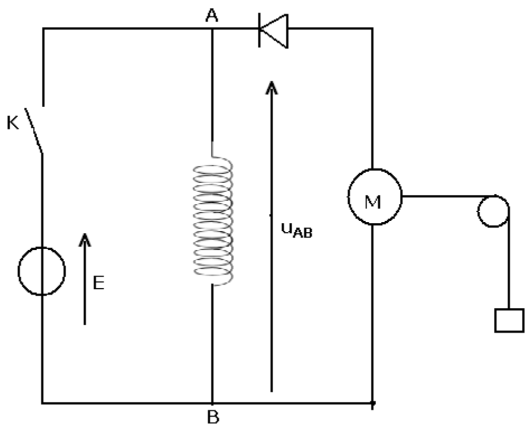
ملحوظة : كلما كانت τ صغيرة كلما كانت مدة إقامة وانعدام التيار صغيرة كذلك .

نستعمل في التركيب التجريبي الصمام من أجل حماية الدارة RL من فرط التوتر الذي يحدث بين مربطيها عند فتح قاطع التيار K .

III ــ الطاقة المخزونة في وشيعة

1 ــ الإبراز التجريبي .

نعتبر التركيب الممثل في الشكل جانبه .



عند غلق قاطع التيار K يمر تيار كهربائي في الوشيعة . يمنع الصمام الثنائي المركب في المنحى الحاجز مرور تيار كهربائي في المحرك .
عند فاح قاطع التيار K يشتغل المحرك فيرتفع الجسم S .
فسر هذه الظاهرة .
يتبين أن الوشيعة اختزنت ، أثناء إغلاق الدارة الكهربائية طاقة مغنطيسية في الفضاء المحيط بها ، ثم حررت هذه الطاقة عند فتح الدارة .

2 ـ تعبير الطاقة المخزونة في وشيعة

عند إغلاق الدارة تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$E = Ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow E.i = Ri^2 + L\frac{di}{dt}.i$$

$$Eidt = Ri^2dt + d(\frac{1}{2}Li^2)$$

من خلال هذه المعادلة نلاحظ :
$Eidt$ تمثل الطاقة الممنوحة من المولد للوشيعة خلال المدة dt .
Ri^2dt الطاقة المبددة بمفعول جول في الوشيعة .
$d(\frac{1}{2}Li^2)$ الطاقة التي تختزنها الوشيعة .
نعرف الطاقة المخزونة في الوشيعة بين لحظتين 0 و t هي :

$$\xi_m = \int_0^t d(\frac{1}{2}Li^2) = \frac{1}{2}Li^2$$

خلاصة :
تتناسب الطاقة المخزونة في وشيعة ، معامل تحريضها L ، مع مربع شدة التيار الكهربائي المار فيها :

$$\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$$