

# Mouvement de rotation



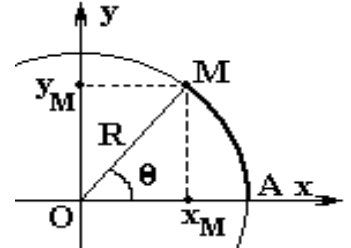
## 1. Définition :

Un mouvement de rotation est tout mouvement qu'effectue un corps autour d'un axe fixe ( $\Delta$ ) selon une trajectoire circulaire de rayon  $R$  autour de cet axe.

## 2. Repérage d'un point du mobile:

On peut déterminer la position d'un point  $M$  en mouvement le long d'un trajet circulaire de rayon  $R$  soit par :

- Les coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  dans un référentiel  $(Oxy)$   
 $x=R.\cos(\theta)$  et  $y=R.\sin(\theta)$  avec  $R=OM$
- L'abscisse angulaire  $\theta$  tel que  $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$
- L'abscisse curvilignes  $S(t)$  et c'est l'arc  $AM$  avec  $S = \widehat{AM} = R.\theta$  avec  $A$  : l'origine des abscisses curvilignes  $S(A)=0$



## NB :

- $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$  : L'équation d'un cercle de rayon  $R$  et les coordonnées de son centre  $(a,b)$
- L'angle balayé entre deux instants est  $\theta=2\pi.n$  ou  $\Delta\theta=2\pi.n$  avec  $n$  le nombre de tours effectués entre les deux instants

## 3. Les équations horaires du mouvement circulaires

	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément varié
Accélération angulaire ( $\text{rad.s}^{-2}$ )	Null $\ddot{\theta} = 0$	Constante $\ddot{\theta} = C^{te} \neq 0$
Vitesse angulaire ( $\text{rad.s}^{-1}$ )	Constante $\dot{\theta} = C^{te} \neq 0$	Varie en fonction du temps $\dot{\theta} = \dot{\theta}_0.t + \theta_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
Abscisse angulaire (rad)	$\theta = \dot{\theta}_0.t + \theta_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

**NB :** Tous les points d'un solide en rotation autour d'un axe fixe et à tout moment tourne avec :

- Le même abscisse angulaire  $\theta$  ou la même variation angulaire  $\Delta\theta$
- La même vitesse angulaire  $\dot{\theta} = C^{te}$
- La même accélération angulaire  $\ddot{\theta} = C^{te}$

## 4. Relation entre grandeur linéaire (translation ) et angulaire (rotation ) :

- La relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire  $S=R.\theta$
  - La relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire  $V = R.\dot{\theta}$
  - La relation entre l'accélération tangentielle (linéaire) et l'accélération angulaire  $a_u = a_t = \frac{dv}{dt} = R.\ddot{\theta}$
  - La relation entre l'accélération normale et la vitesse angulaire  $a_n = \frac{v^2}{R} = R.\dot{\theta}^2$
- $a_G = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$  : accélération du mobile en rotation autour d'un axe fixe ( $\Delta$ )

Les points A et B :

- Parcours les même distances  $S$ ,  
 $S_1=S_2$
- Avec la même vitesse,  
 $V_1=V_2$
- Et la même accélération,  
 $a_1=a_2$

Les points A et B :

- Parcours des distances différentes  
 $S_1=r_1.\theta$  et  $S_2=r_2.\theta$  d'où  $\frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- avec des vitesses différentes  
 $V_1 = r_1.\dot{\theta}$  et  $V_2 = r_2.\dot{\theta}$  d'où  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- Et des accélérations différentes  
 $a_1 = r_1.\ddot{\theta}$  et  $a_2 = r_2.\ddot{\theta}$  d'où  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}$

## 5. Relation fondamentale ed la dynamique (RFD):

$$\sum \mathbf{M}_{\Delta}(\vec{F}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

Dans un référentiel galiléen, la somme des moments des forces , appliquées à un corps en rotation autour d'un axe fixe ( $\Delta$ ) , est proportionnelle à l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}$  subie par ce corps

$J_{\Delta}$  : moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation ( $\Delta$ )

### \*\* Comment exploiter la relation fondamentale de la dynamique (RFD)

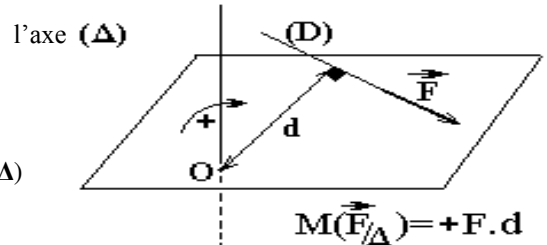
Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la **RFD**, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
  - 2.1. Forces de contact
  - 2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.  
Exemples : le poids  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  la réaction de l'axe ( $\Delta$ )
4. Choisir un sens positif de rotation (Souvent identique au sens de mouvement)
5. Déterminer l'expression du travail de chacune des forces du bilan
6. Appliquer la **RFD**
7. Répondre !!!

## 6. Moment d'une force par rapport à un axe fixe

$$M(\vec{F}/\Delta) = \pm F \cdot d$$

- Préciser l'axe ( $\Delta$ )
- Choisir un sens positif (Souvent dans le sens de mouvement)
- Prolonger (D) la direction (Droite d'action) de la force  $\vec{F}$
- Tracer la perpendiculaire à (D) la direction de la force  $\vec{F}$  et passant par l'axe ( $\Delta$ )
- Déterminer la distance d entre l'axe ( $\Delta$ ) et (D) la direction de la force  $\vec{F}$



**NB:**  
 $M(\vec{F}/\Delta) = 0$  : le moment d'une force est nul pour toute force dont la direction est parallèle ou sécante l'axe ( $\Delta$ )

## 7. Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation

- $J_{\Delta} = \sum m_i \cdot r_i^2$  :
- Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation ( $\Delta$ )
  - S'exprime en Kg.m<sup>2</sup>
  - Exprime la répartition de la matière autour de l'axe ( $\Delta$ )
  - Varie si :
    - On ajoute des masses au système
    - On modifie la position d'au corps du système (modifier la distance  $r_i$ )
    - La position de l'axe ( $\Delta$ ) change

<b>Tige</b>	Tige mince de longueur $L$ tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par son centre		$I = \frac{1}{12} ML^2$
	Tige mince de longueur $L$ tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par une extrémité		$I = \frac{1}{3} ML^2$