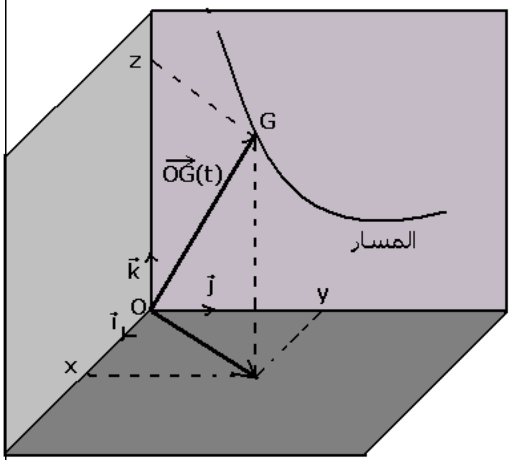
قوانين نيوتن

I ـ متجهة السرعة اللحظية ـ متجهة التسارع اللحظي .

1 ـ تذكير .

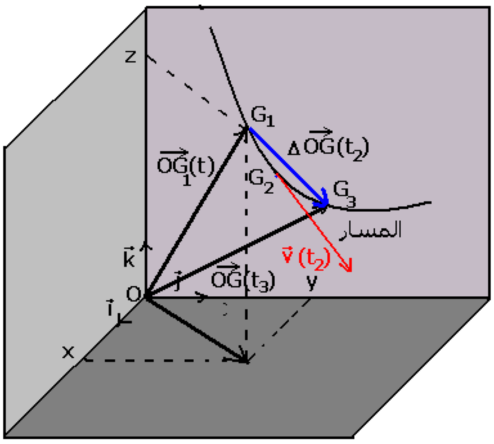


* الحركة : متى يكون جسم صلب في حركة ؟
حركة الجسم الصلب هي **نسبية** أي تتعلق **بالجسم المرجعي** الذي اختير لدراسة هذه الحركة .
لدراسة حركة جسم ما يجب أن نختار جسم مرجعي ونعتبر **معلم للفضاء ومعلم الزمن** مرتبطين **بالجسم المرجعي .**
في جسم مرجعي ، يكون جسم صلب في حركة عندما يتغير موضع نقطة خلال الزمن
* نقتصر في دراسة حركة جسم صلب في جسم مرجعي ما على حركة **مركز قصوره G** والتي تمكننا من معرفة **حركته الإجمالية .**
* نمعلم نقطة متحركة من جسم صلب بواسطة **متجهة الموضع .**
مثلا حركة مركز قصور الجسم (S)نمعلمها بالمتجهة : $\overrightarrow{OG}$ بحيث أن إحداثياتها في المعلم المتعامد والممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي :

$$\overrightarrow{OG}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

مجموع المواضع المتتالية التي تشغلها النقطة G خلال الزمن تكوِّن **مسار** هذه النقطة .

2 ـ متجهة السرعة اللحظية



أ ـ تعريف :

نعتبر $G(t_1)$ موضع مركز قصور المتحرك عند اللحظة t_1 و $G(t_2)$موضع مركز القصور للمتحرك عند اللحظة t_2 و $G(t_3)$ موضع مركز القصور عند اللحظة $t_3 = t_1 + \Delta t$ ، نعرف متجهة السرعة عند اللحظة t_2 بالعلاقة التالية :

$$\vec{v}(t_2) = \frac{\overrightarrow{G(t_3)G(t_1)}}{t_3 - t_1} = \frac{\overrightarrow{G(t_3)G(t_1)}}{\Delta t}$$

نطبق علاقة شال في الرياضيات :

$$\overrightarrow{G(t_1)G(t_3)} = \overrightarrow{G(t_1)O} + \overrightarrow{OG(t_3)} = \overrightarrow{OG(t_3)} - \overrightarrow{OG(t_1)} = \Delta\overrightarrow{OG(t_2)}$$

$$\vec{v}(t_2) = \frac{\Delta\overrightarrow{OG(t_2)}}{\Delta t}$$

يمكن أن نعمم هذه النتيجة على الشكل التالي :

$$\vec{v}(t) = \frac{\Delta\overrightarrow{OG(t)}}{\Delta t}$$

هذه الطريقة تسمى بالطريقة التأطيرية تستعمل في حالة أن اللحظة t_i تكون مؤطرة من طرف لحظتين t_{i-1} و t_{i+1} جد متقاربتين .

رياضيا نبرهن على أن $\frac{\Delta\overrightarrow{OG(t)}}{\Delta t}$ تؤول إلى المشتقة الأولى $\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ عندما تؤول $\Delta t \to 0$ أي أن :

$$\vec{v}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$$

مميزات متجهة السرعة :

تكون متجهة السرعة في نقطة معينة مماسة لمسار هذه النقطة وموجهة في منحى حركتها
في حالة حركة مستقيمية يكون اتجاه متجهة السرعة متطابق مع مسار هذه النقطة
وحدة السرعة في النظام العالي للوحدات هي m/s

ملحوظة : تتعلق متجهة السرعة بالجسم المرجعي الذي تتم فيه الدراسة .

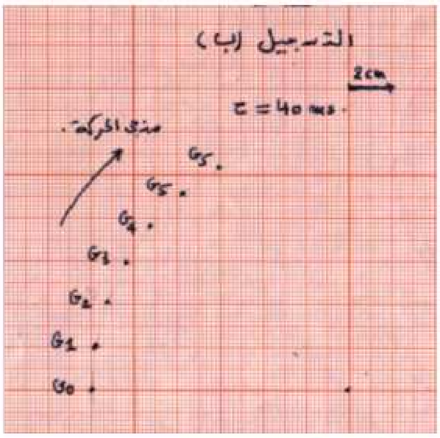
ب ـ إحداثيات متجهة السرعة في معلم ديكارتي

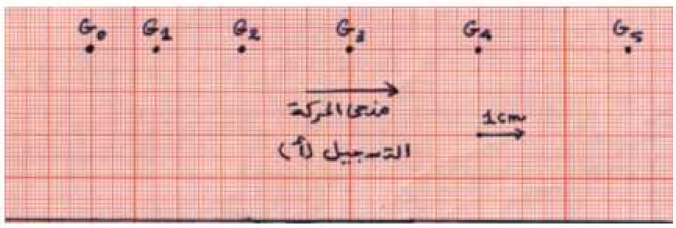
في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ (معلم ديكارتي) إحداثيات السرعة اللحظية هي :

$$\overrightarrow{OG} = x_G\vec{i} + y_G\vec{j} + z_G\vec{k} \Rightarrow \vec{v}_G(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{dx_G}{dt}\vec{i} + \frac{dy_G}{dt}\vec{j} + \frac{dz_G}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = \dot{x}_G\vec{i} + \dot{y}_G\vec{j} + \dot{z}_G\vec{k}$$

تمرين تجريبي :

لدراسة حركة مركز قصور حامل ذاتي على منضدة هوائية نقوم بتجربتين :
التجربة الأولى نميل المنضدة بزاوية $\alpha = 20°$ بالنسبة للمستوى الأفقي . نطلق الحامل الذاتي من أعلى المنضدة بدون سرعة بدئية ونسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$ فنحصل على التسجيل (أ) .
التجربة الثانية : نعيد المنضدة إلى وضعها الأفقي ونربط الحامل الذاتي بخيط غير قابل الامتداد حيث أحد طرفيه مثبت بحامل ثابت والطرف الآخر مرتبط بالحامل الذاتي ونجره بطريقة . نسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$. فنحصل على التسجيل (ب) .

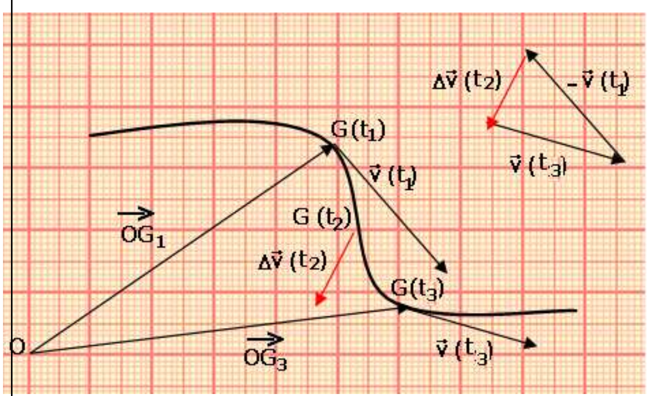




استثمار :

1 ـ أحسب بالنسبة لكل تسجيل v_2 و v_4 سرعتا G مركز قصور الحامل الذاتي على التوالي في الموضعين G_2 و G_4 .

2 ـ مثل على كل تسجيل المتجهتين $\vec{v}_2$ و $\vec{v}_4$ باستعمال سلم ملائم . مثل في G_3 من كل تسجيل المتجهة $(\vec{v}_4 - \vec{v}_2)$.



3 ـ متجهة التسارع اللحظي .

أ ـ تعريف

لتكن $\vec{v}(t_1)$ متجهة السرعة في اللحظة t_1 و $\vec{v}(t_3)$ في اللحظة $t_3 = t_1 + \Delta t$ نعرف متجهة التسارع $\vec{a}_G(t_2)$ بالعلاقة التالية :

$$\vec{a}_G(t_2) = \frac{\vec{v}(t_3) - \vec{v}(t_2)}{t_3 - t_2} = \frac{\Delta\vec{v}(t_2)}{\Delta t}$$

بصفة عامة تكتب متجهة التسارع في لحظة t هي : $\vec{a}(t)=\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$

نستعمل هذه العلاقة في حالة أن اللحظة t_i مؤطرة بلحظتين t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين .

عندما تتناهى Δt نحو الصفر ، يتناهى المقدار $\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}$ نحو متجهة التسارع $\vec{a}_G(t)$ بحيث أن :

$$\vec{a}_G(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta\vec{v}_G}{\Delta t}\right)=\frac{d\vec{v}_G}{dt}$$

وحدة التسارع في النظام العالمي للوحدات هي m/s^2 .

ملحوظة : تتعلق متجهة التسارع بالجسم المرجعي الذي تتم فيه الدراسة .

تطبيق :

3 ـ احسب بالنسبة للدراسة التجريبية السابقة المتجهة $\vec{a}_3$. ومثلها باستعمال سلم مناسب .

ب ـ إحداثيات متجهة التسارع

* إحداثيات متجهة التسارع في معلم ديكارتي $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

$$\vec{a}_G(t)=\frac{d\vec{v}_G}{dt}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}=\frac{d^2x_G}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y_G}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z_G}{dt^2}\vec{k}=\ddot{x}\vec{i}+\ddot{y}\vec{j}+\ddot{z}\vec{k}$$

حالات خاصة :

إذا كانت حركة G تتم على مستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$ في معلم ديكارتي مرتبط بجسم مرجعي $\mathcal{R}$ تصبح العلاقات كالتالي :

$$\overrightarrow{OG}=x\vec{i}+y\vec{j},\ \vec{v}_G=\dot{x}\vec{i}+\dot{y}\vec{j},\ \vec{a}_G=\ddot{x}\vec{i}+\ddot{y}\vec{j}$$

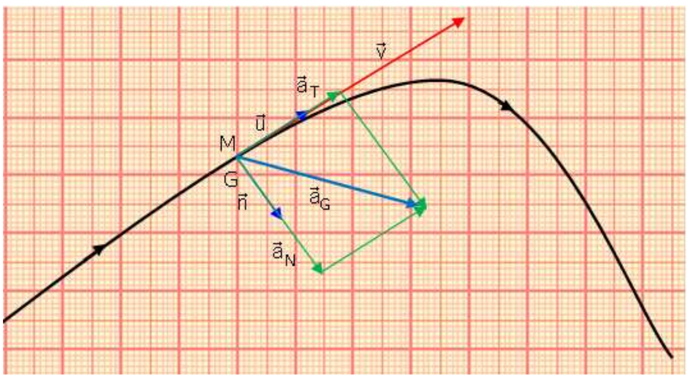
$$v_G=\sqrt{v_x^2+v_y^2},\ a_G=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$$

إذا كانت حركة G حركة مستقيمية تتم وفق المحور $(O,\vec{i})$ فإن العلاقات هي كالتالي :

$$\overrightarrow{OG}=x\vec{i},\ \vec{v}_G=\dot{x}\vec{i},\ \vec{a}_G=\ddot{x}\vec{i}$$

* إحداثيتا التسارع في أساس فريني .

تعريف بأساس فريني :



أساس فيرني هو أساس للإسقاط غير مرتبط بالمرجع .

معلم فريني $(M,\vec{u},\vec{n})$ معلم متعامد وممنظم ينطبق أصله مع موضع النقطة المتحركة ، حيث متجهته الواحدية $\vec{u}$ مماسة للمسار وموجهة في منحى الحركة ، ومتجهته $\vec{n}$ متعامدة مع $\vec{u}$ وموجهة داخل انحناء المسار .

نعبر عن متجهة التسارع $\vec{a}_G$ في أساس فريني ، بالنسبة لحركة مستوية كالتالي :

$\vec{a}_G=a_T.\vec{u}+a_N.\vec{n}$ بحيث أن :

$\vec{a}_T$ متجهة التسارع المماسي بحيث أن $a_T=\frac{dv_G}{dt}$

$\vec{a}_N$ متجهة التسارع المنظمي $a_N=\frac{v^2}{\rho}$ بحيث أن ρ هو شعاع انحناء المسار في الموضع M .

ملحوظة : من خلال الجداء السلمي للمتجهتين $\vec{a}$ و $\vec{v}$ يمكن لنا تحديد طبيعة الحركة :

$\vec{a}.\vec{v}=a.v.\cos(\vec{a},\vec{v})$

تتعلق إشارة الجداء $\vec{a}.\vec{v}$ بالزاوية $\alpha=(\vec{a},\vec{v})$

$\vec{a}.\vec{v}<0$ تكون الحركة متباطئة

$\vec{a}.\vec{v}>0$ تكون الحركة متسارعة

$\vec{a}.\vec{v}=0$ تكون الحركة مستقيمية منتظمة .

II ـ قوانين نيوتن

1 ـ القوة الداخلية ـ القوة الخارجية .

للقيام بدراسة ميكانيكية يجب تحديد المجموعة المدروسة وهي تتكون من جسم واحد أو أكثر يسمح بتصنيف القوى المقرونة بالتأثيرات الميكانيكية بين مكوناتها إلى قوى داخلية وقوى خارجية
القوة الخارجية هي كل التأثيرات الميكانيكية المطبقة على المجموعة من أجسام لا
القوى الداخلية هي التأثيرات الميكانيكية المطبقة من طرف الأجسام المنتمية للمجموعة

ملحوظة : إذا كان مجموع القوى الخارجية منعدما $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ نقول أن هذه المجموعة شبه معزولة ميكانيكيا .

2 ـ القانون الأول لنيوتن أو مبدأ القصور

في مرجع غاليلي ، إذا كان مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب يساوي متجهة منعدمة $\left(\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}\right)$ ، فإن متجهة السرعة $\vec{v}_G$ لمركز القصور G للجسم الصلب تكون ثابتة . وفي المقابل ، إذا كانت متجهة السرعة لمركز القصور G للجسم الصلب ثابتة ، فإن مجموع القوى الخارجية المطبقة على الجسم مجموع منعدم .

ملحوظة :

يمكّن مركز القصور من التمييز بين مراجع غاليلية ومراجع غير غاليلية : المراجع الغاليلية هي مراجع يتحقق فيها مبدأ القصور .
المرجع المركزي الشمسي (مرجع كوبرنيك) مركزه الشمس والمحاور الثلاث موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة . أفضل مرجع غاليلي .
المرجع المركزي الأرضي : مركزه الأرض ملائم لدراسة حركات الأجسام التي تتحرك حول الأرض (الطائرات والأقمار الاصطناعية ..) ليس بمرجع غاليلي بالمعنى الدقيق .
المرجع الأرضي : كل جسم صلب مرتبط بسطح الأرض يمكن اعتباره مرجعا أرضيا . مثال : المختبر .
ويستعمل لدراسة جميع الأجسام التي تتحرك على سطح الأرض أو على ارتفاع ضئيل منه بمرجعا غاليليا بالمعنى الدقيق .
بالنسبة للحراكات القصيرة المدة يمكن اعتبار هذين المرجعين غاليليين .

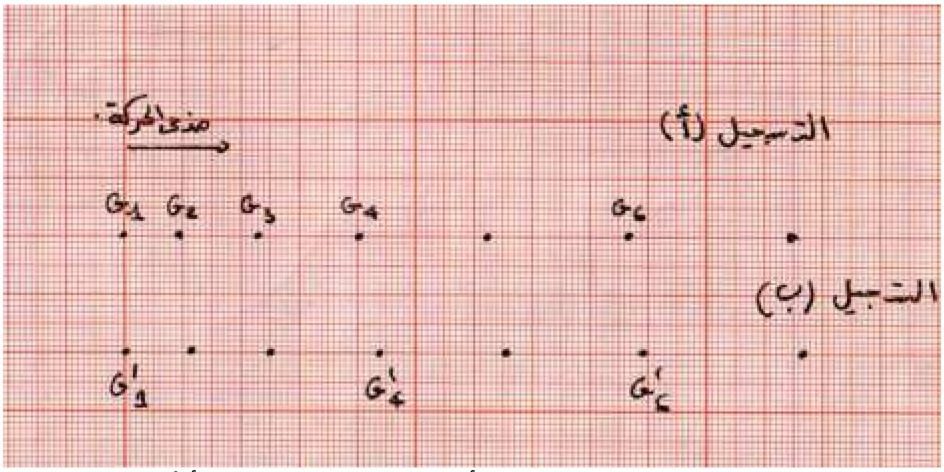
3 ـ القانون الثاني لنيوتن (القانون الأساسي للتحريك)

3 ـ 1 العلاقة بين $\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ و $\sum \vec{F}_{ext}$

النشاط التجريبي 2

التحقق التجريبي من العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$

نضبط المنضدة أفقيا ، ونضع الحامل الذاتي فوقها ، ثم نربطه بجهاز يطبق قوة ثابتة قابلة للضبط بواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة . نحرك الحامل الذاتي في اتجاه محور أنبوب الجهاز حتى يصير الخيط موازيا لسطح المنضدة ، ونبقيه في حالة سكون . نشغل الجهاز فينزلق الحامل الذاتي فوق المنضدة بفعل القوة $\vec{F}$ التي يطبقها عليه الخيط $(F = 0,27N)$ ، وفي نفس الوقت نسجل المواضع التي يحتلها مركز قصور الحامل الذاتي G في مدد متتالية ومتساوية $\tau = 80ms$ فنحصل على التسجيل (أ) أنظر التسجيل أسفله .
نعيد نفس التجربة مع الاحتفاظ بنفس الشدة F لكن بوجود نقص في صبيب الهواء المنبعث من معصفة soufflerie الحامل الذاتي . نحصل على التسجيل (ب)



1 ـ أجرد القوى المطبقة على الحامل الذاتي أثناء حركته في التجربة الأولى .

2 ـ أثبت أن $\left(\sum \vec{F}_{ext}\right)$ مجموع القوى الخارجية المطبقة على الحامل الذاتي أثناء حركته يكافئ القوة $\vec{F}$ خلال التجربة الأولى .

3 ـ أوجد باستغلال التسجيل قيمة Δv_G تغير سرعة G في الحالات التالية :

أ ـ بين G_1 و G_3 ب ـ بين G_2 و G_4 ج ـ بين G_2 و G_5 د ـ بين G_2 و G_6 . ماذا تلاحظ ؟

4 ـ مثل تغيرات Δv_G بدلالة Δt المدة الزمنية الموافقة .

5

القسمة $\frac{F}{m}$ ، m هي كتلة الحامل الذاتي : m=450g . تحقق من العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$.

6 ـ نعتبر أن قوة الاحتا $\vec{f}$

موازية لمسار G ومنحاها عكس منحى G . أحسب f شدة هذه القوة .

7 ـ إذا علمت أن القانون الثاني لنيوتن تجسده العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ ، اقترح نص هذا القانون ، مبرزا الفائدة منه .

3 ـ 2 نص القانون الثاني لنيوتن .

عندما تتناهى Δt نحو الصفر يتناهى خارج القسمة $\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ نحو متجهة التسارع $\vec{a}_G$ ، فتصبح العلاقة

$\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ بمثابة قانون لحظي ، وهو القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

نص قانون :

في مرجع غاليلي ، يساوي مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب جداء كتلة هذا الجسم ومتجهة التسارع لمركز قصوره G :

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G}$$

ملحوظة : لا يطبق القانون الثاني لنيوتن إلا في المراجع الغاليلية .

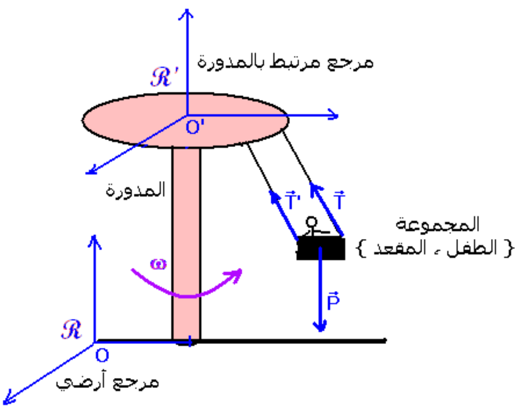
تطبيق حول تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المراجع الغاليلية :

تنجز مدورة ألعاب حركة دوران منتظم ، حول محور ثابت ، في مرجع أرضي . أخذ الطفل أحمد مقعده في هذه المدورة . نعتبر { الطفل ، المقعد } المجموعة المدروسة ونجسم هذه المجموعة بمركز قصورها G ، حيث كتلتها M .

1 ــ اجرد القوى المطبقة على المجموعة خلال حركة دورانها . ومثلها بدون سلم في مركز قصور المجموعة .

ــ وزن المجموعة $\vec{P}$

ــ تأثير الحبل على المجموعة $\vec{F}$



2 ــ نعتبر الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ مرتبط بالمدورة والجسم المرجعي الأرضي $\mathcal{R}$.

2 ــ 1 حدد الحالة الميكانيكية للمجموعة في $\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}'$. واستنتج تسارعها في المرجع $\mathcal{R}'$.

في الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ المرتبط بالمدورة المجموعة في حالة سكون

في الجسم المرجعي $\mathcal{R}$ في حركة دوران منتظم .

ــ تسارع المجموعة في $\mathcal{R}'$ منعدم $\vec{a}_G = \vec{0}$

2 ــ 2 طبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}$ و $\mathcal{R}'$. ماذا تستنتج ؟

نطبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}$: $\vec{P} + \vec{F} = M.\vec{a}_G$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في $\mathcal{R}'$ بما أن $\vec{a}_G = \vec{0}$ فإن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ لكن حسب تمثيل القوى يلاحظ أن $\sum \vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$

4 ــ القانون الثالث لنيوتن

نص القانون : مبدأ التأثيرات المتبادلة .

نعتبر جسمين A و B في تأثير بيني ، لتكن $\vec{F}_{A/B}$ القوة التي يطبقها A على B و $\vec{F}_{B/A}$ القوة التي يطبقها B على A .

سواء كان الجسمان في حركة أو في سكون فإن القوتين $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ تحققان المتساوية :

$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

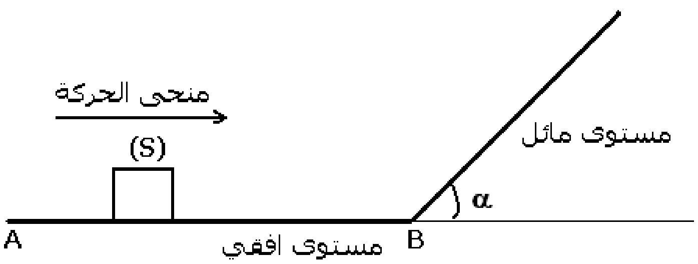
يطبق هذا القانون بالنسبة لقوى التماس وكذلك بالنسبة لقوى عن بعد .

III ــ تطبيق : حركة جسم صلب على مستوى أفقي وعلى مستوى مائل .

1 ــ نعتبر جسما صلبا (S) كتلته M=200g ، موضوعا فوق مستوى أفقي بحيث يتم التماس بينهما بدون احتكاك . نطبق قوة أفقية ثابتة $\vec{F}$ شدتها F=0.5N و تسمح بتحريكه على المستوى الأفقي . خط تأثير القوة $\vec{F}$ موازي للمستوى الأفقي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الصلب (S) أثناء حركة مركز قصوره G ، بين أن طبيعة حركة مركز قصوره حركة مستقيمية متغيرة بانتظام . أحسب قيمة التسارع a_G لمركز قصوره .

الجواب :



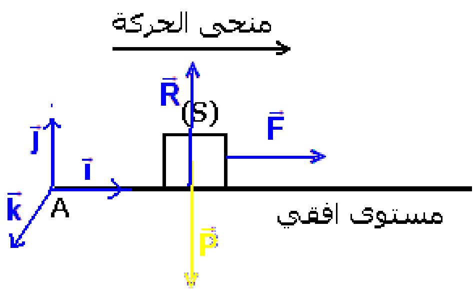
لتطبيق القانون الثاني لنيوتن نحدد المجموعة المدروسة : (S) . ونختار مرجعا غاليليا وهو المرجع الأرضي .

نقوم بجرد القوة المطبقة على المجموعة المدروسة : (S)

$\vec{P}$ وزن الجسم (S)

$\vec{F}$ القوة الأفقية الثابتة .

$\vec{R}$ تأثير السطح على (S) . في غياب الاحتكاك بين الجسم والسطح تكون المتجهة $\vec{R}$ عمودية على السطح الأفقي .
نطبق القانون الثاني لنيوتن ، القانون الأساسي للتحريك



$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$

إسقاط العلاقة المتجهية على المعلم المتعامد الممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

على Ox لدينا : $P_x+R_x+F_x=m.a_1 \Rightarrow F=m.a_1$ (1)

على Oy لدينا $P_y+F_y+R_y=\vec{0}$ غياب الحركة على المحور Oy أي أن $R-P=0 \Rightarrow R=P=mg$

حركة مركز قصور الجسم (S) حركة مستقيمية لأن مسار مركز قصور الجسم مستقيمي .

من خلال العلاقة (1) يتبين أن التسارع a لمركز قصور الجسم ثابت حسب التعبير التالي : $a=\dfrac{F}{m}$

وبالتالي فحركة مركز قصور الجسم (S) حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

حساب التسارع a : $a_1=2,5m/s^2$

2 ــ في نقطة B ، تبعد عن النقطة A موضع انطلاقه بدون سرعة بدئية بمسافة ℓ=30cm ، يصعد الجسم (S) مستوى مائلا بالنسبة للمستوى الأفقي بزاوية $\alpha=45°$ حيث تبقى نفس القوة $\vec{F}$ مطبقة عليه ، خط تأثيرها موازي للمستوى المائل . نعتبر أن التماس بين المستوى المائل والجسم (S) يتم بالاحتكاك وأن معامل الاحتكاك في هذه الحالة هو k=0,1 .
ما هي طبيعة حركة مركز قصور الجسم (S) خلال حركته على المستوى المائل ؟
أحسب المسافة الدنوية التي يمكن أن يقطعها الجسم قبل توقفه .

الجواب :
نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) في الجزء الثاني من مساره وهو المستوى المائل .
نختار نفس المرجع السابق وهو المرجع الأرضي والذي نعتبر ه مرجعا غاليليا ونربطه بمعلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

جرد القوى المطبقة على (S) :

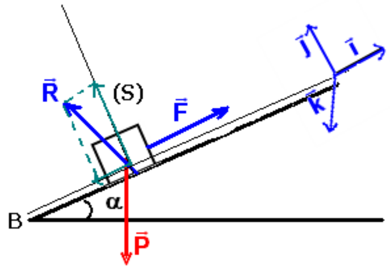
$\vec{P}$ وزن الجسم (S)

$\vec{F}$ القوة الثابتة حيث اتجاهها موازي للمستوى المائل .

$\vec{R}$ تأثير السطح على (S) . وجود الاحتكاك بين الجسم والسطح تكون المتجهة $\vec{R}$ مائلة بالنسبة للخط المنظمي على المستوى المائل بزاوية φ تسمى بزاوية الاحتكاك ومنحاها عكس منحى حركة الجسم (S) . نعرف معامل الاحتكاك بالعلاقة التالية : $k=\tan\varphi=\left|\dfrac{R_T}{R_N}\right|$ بحيث أن $\vec{R}_T$ المركبة المماسية للمتجهة $\vec{R}$ وهي التي تقاوم حركة الجسم تسمى بقوة الاحتكاك ونرمز لها ب $\vec{f}$ و $\vec{R}_N$ المركبة المنظمية على المستوى المائل للمتجهة $\vec{R}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن ، القانون الأساسي للتحريك

$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$



إسقاط العلاقة المتجهية على المعلم المتعامد الممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j})$

على Ox لدينا : $P_x+R_x+F_x=m.a_2 \Rightarrow -mg\sin\alpha-R_T+F=m.a_2$ (1)

على Oy لدينا $P_y+F_y+R_y=\vec{0}$ غياب الحركة على المحور Oy أي أن

$R_N-mg\cos\alpha=0 \Rightarrow R_N=mg\cos\alpha$

لدينا $k=\dfrac{R_T}{R_N} \Rightarrow R_T=k.R_N=k.mg\cos\alpha$ من العلاقة (1) نستنتج أن

$$-mg\sin\alpha - kmg\cos\alpha + F = m.a_2 \Rightarrow a_2 = \left(\frac{F}{m} - \left(g\sin\alpha + kg\cos\alpha\right)\right)$$

$$a_2 = a_1 - \left(g\sin\alpha + kg\cos\alpha\right)$$

يلاحظ من خلال التعبير أن a_2 ثابتة وأصغر من a_1 نظرا لوجود الاحتكاكات وكذلك المستوى المائل .
إذن فحركة مركز قصور الجسم (S) في هذا الجزء هي حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .
قيمة التسارع a_2 هي : $a_2 = -5{,}1 m/s^2$
نحسب المسافة الدنوية التي يجب أن يقطعها الجسم قبل توقفه :
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين النقطة B التي سيصل إليها الجسم في المرحلة الأولى بسرعة v_B والنقطة التي سيتوقف فيها الجسم (S) .
حساب v_B نطبق كذلك مبرهنة الطاقة الحركية منذ انطلاقه من النقطة A إلى وصوله إلى النقطة B :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = F.\ell = m.a_1.\ell$$

$$v_B = \sqrt{2.a_1.\ell} = 1{,}22 m/s$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية لحساب d المسافة التي سيقطعها الجسم قبل توقفه :

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = \underset{B\to f}{W}\left(\vec{P}\right) + \underset{B\to f}{W}\left(\vec{R}\right) + \underset{B\to f}{W}\left(\vec{F}\right)$$

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = -mgd\sin\alpha - R_T.d + F.d \Rightarrow -\frac{1}{2}mv_B^2 = m.d\left(-g\sin\alpha - kg.\cos\alpha + \frac{F}{m}\right)$$

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = m.a_2.d$$

$$d = -\frac{v_B^2}{2a_2} = 0{,}15m$$

IV ـ الحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام

1 ـ تعريف

تكون لمركز القصور G لجسم صلب حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ، إذا كان مسار G مستقيميا وإذا كانت $\vec{a}_G$ متجهة التسارع للنقطة G ثابتة خلال الحركة .

2 ـ المعادلة الزمنية للحركة

تعتبر أن جسما S يتحرك على مسار مستقيمي ، في معلم ديكارتي $\mathcal{R}(O,\vec{i})$ نمعلم مركز قصوره G في كل لحظة t بمتجهة الموضع $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i}$ أي أم متجهة السرعة للنقطة G هي $\vec{v}_G = v_G.\vec{i}$.
نعتبر الشروط البدئية التالية : عند اللحظة $t_0 = 0$ لدينا $x = x_0$ و $v_G = v_0$.
نعلم أن

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = at + C$$
$$t = 0 \Rightarrow v = v_0 \Rightarrow C = v_0$$
$$v = at + v_0$$
$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + C'$$
$$t = 0 \Rightarrow x = x_0 \Rightarrow C' = x_0$$
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$x(t)$ تمثل المعادلة الزمنية للحركة وهي تتعلق بالشروط البدئية .