

## المجموعة الميكانيكية المتذبذبة ومظاهر الطاقة تمارين

### تمرين 1

نعمل جميع الاحتكاكات ونأخذ  $g=10\text{m/s}^2$   
نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من :

– نابض لفاته غير متصله وكتلته مهملة وصلابته  $K=40\text{N/m}$  مثبت بحامل .

– جسم صلب  $S$  كتلته  $m=100\text{g}$  ومركزه  $G$  مثبت بالطرف الحر للنابض

1 – أوجد إطالة النابض  $\Delta\ell$  عند التوازن بدلالة  $g, K, m$  واحسب  $\Delta\ell$

2 – نزيح الجسم  $S$  رأسيا نحو الأسفل ، عن موضع توازنه المنطبق مع المعلم الفضاء  $Oz$  ،

بمسافة  $Z_m=4\text{cm}$  ونحرره بدون سرعة بدئية عند لحظة نختارها كأصل للتواريخ .

2 – 1 أوجد باعتمادك على الدراسة التحريكية المعادلة التفاضلية المميزة للحركة واستنتج طبيعتها .

2 – 2 أكتب المعادلة الزمنية للحركة  $z=f(t)$  .

2 – 3 بين أن سرعة الجسم  $S$  لحظة مروره أول مرة من موضع توازنه تكتب

$$V_1 = -Z_m \sqrt{\frac{K}{m}}$$

أحسب  $V_1$  .

3 – ينفصل الجسم عن النابض لحظة مروره من موضع توازنه في منحنى  $\vec{k}$  . أوجد تعبير المعادلة الزمنية

$z=f(t)$  لحركة  $S$  في المعلم  $Oz$  . نختار لحظة انفصال  $S$  عن النابض كأصل للتواريخ .

### تمرين 2

نعتبر مجموعة ( $S$ ) مكونة من كرة متجانسة شعاعها  $R$  وكتلتها  $m=100\text{g}$  ومن ساق متجانسة لها

نفس المتلة وطولها  $\ell=10R$  طرفها الأسفل ملحم بالكرة عند النقطة  $A$  . المجموعة ( $S$ ) قابلة

للدوران حول محور ( $\Delta$ ) أفقي وثابت . عزم قصور المجموعة ( $S$ ) بالنسبة للمحور ( $\Delta$ ) هو

$$J_{\Delta} = 10^{-2} \text{kg.m}^2$$

نزيح المجموعة عن موضع توازنها المستقر بزاوية  $\theta_m = 10^\circ$  ، ثم نحررها بدون سرعة بدئية في اللحظة

$t=0$  . نعتبر الاحتكاكات مهملة .

1 – أوجد المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة ( $S$ ) .

2 – حدد طبيعة الحركة ودورها الخاص واكتب المعادلة الزمنية لحركتها .

نعطي :  $R=2.5\text{cm}$  ،  $g=9.8\text{m/s}^2$

3 – أعط بدلالة الزمن ، تعبير الطاقة الحركية للمجموعة ( $S$ ) وحدد قيمتها القصوية.

4 – أستنتج بدلالة الزمن ، تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة ( $S$ ).

### تمرين 3

نعتبر ساقا متجانسة  $AB$  كتلتها  $M=0,25\text{Kg}$  وطولها  $L=0,6\text{m}$  ومركز قصورها

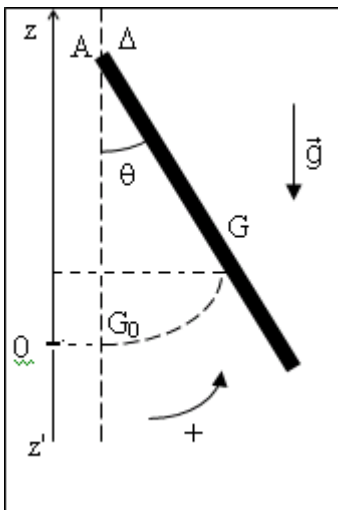
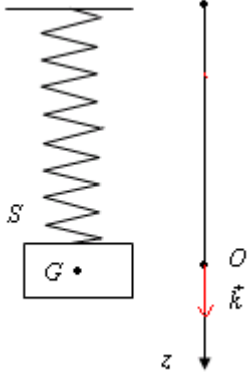
$G$  ، بإمكانها الدوران في مجال الثقالة حول محور  $\Delta$  أفقي ثابت يمر من طرفها

$A$  . نعلم موضع مركز قصور الساق في كل لحظة بالأفصول الزاوي  $\theta(t)$  .

ونعطي عزم قصور الساق بالنسبة للمحور  $\Delta$

$$J_{\Delta} = \frac{1}{3} ML^2 \text{ و } g = 10\text{m/s}^2$$

نعمل جميع الاحتكاكات خلال هذه الدراسة.



I – الدراسة التحريكية.

نزوح الساق عن موضع توازنها بزاوية  $\theta_m$  في المنحى الموجب ثم نحررها بدون سرعة بدئية عند اللحظة  $t=0$   
 1 – أوجد تعبير المعادلة التفاضلية لحركة الساق. ما هي طبيعة الحركة ؟

2 – أوجد حل للمعادلة التفاضلية في حالة التذبذبات ذات وسع

$$\theta_m = \frac{\pi}{30} \text{ rad صغير}$$

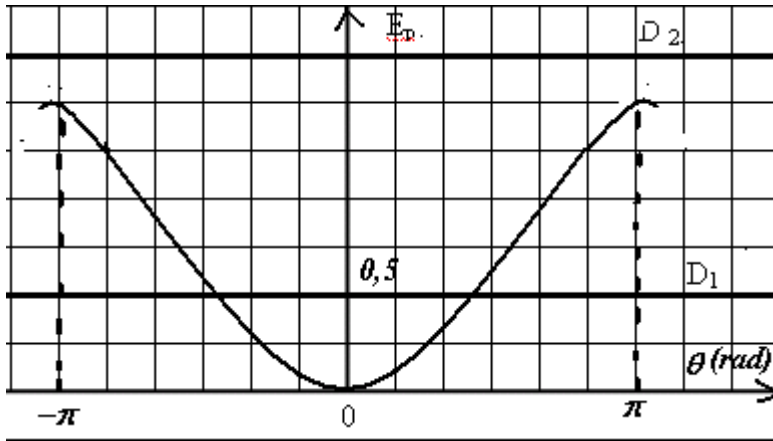
3 – أحسب قيمة الدور  $T_0$ .

II – الدراسة الطاقية

يمثل الشكل جانبه تغيرات طاقة الوضع الثقالية للمجموعة

بدلالة الزاوية  $\theta$ . نعتبر المستوى الأفقي المار من  $G_0$  مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

1 – بين أن طاقة الوضع للساق يمكن أن نعبر عنها بالعلاقة التالية :  $E_p = MgL \frac{(1 - \cos \theta)}{2}$



خلال حركة الساق حول المحور  $\Delta$  يمكن إعطاء قيمتين للطاقة الميكانيكية والمتمثلتين في الشكل بالمستقيمين  $D_1$  و  $D_2$ .

الحالة الأولى: يمثل  $D_1$  الطاقة الميكانيكية للمجموعة.

أ – عين السرعة الزاوية للساق أثناء مرورها بموضع التوازن في المنحى الموجب.

ب – عين من خلال المنحى موضع أو مواضع الساق التي تكون فيها قيمة الطاقة

الحركية  $E_C = 0, 25J$

الحالة الثانية : يمثل  $D_2$  الطاقة الميكانيكية الجديدة للمجموعة . ما هو شكل مسار مركز القصور  $G$  للساق ؟ علل الجواب .

أحسب القيمة الدنوية للسرعة الزاوية  $\theta_1$  للساق وقيمتها القصوية  $\theta_2$  حينما تدور في المنحى الموجب

#### تمرين 4

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ  $g = 10m / s^2$  .

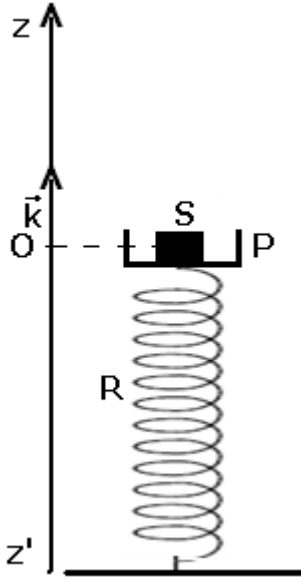
يمثل الشكل جانبه جسم  $(S)$  نعتبره كنقطة مادية كتلته  $m_1 = 100g$  موضوع على كفة  $P$  ذات سمك

صغير جدا وكتلتها  $m_2 = 200g$  . نثبت عند مركزها  $O$  طرف نابض  $R$  ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة

، صلابته  $k = 300N / m$  يوجد في وضع رأسي الطرف الآخر مثبت على مستوى أفقي ثابت .

توجد المجموعة في حالة توازن حيث ينتمي مركز قصورها  $G$  إلى نفس الخط الأفقي المار من  $O$  أصل

معلم ثابت  $(O, \vec{k})$  .



- 1 - أوجد الانضغاط  $|\Delta \ell|$  للناضض بدلالة  $m_1$  و  $m_2$  و  $g$  و  $k$ . أحسب  $|\Delta \ell|$ .
- 2 - عند اللحظة  $t = 0$  نقوم بضغط المجموعة  $\{S, P\}$  نحو الأسفل ب  $0,2m$  وذلك بإعطائها سرعة بدئية  $\vec{v}_0$  موجهة نحو الأسفل وقيمتها  $v_0 = 1,2m/s$ ، فنحصل على حركة تذبذبية رأسية.
- 2 - 1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المجموعة  $\{S, P\}$ ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة  $G$ .

2 - 2 تقبل المعادلة التفاضلية حلا لها  $z(t) = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ، استنتج الدور الخاص للحركة وحدد  $z_m$  و  $\varphi$ .

3 - الدراسة الطاقية  
نختار أصل المعلم كمرجع لطاقة الوضع الثقالية ( $E_{pp} = 0$ ) وطاقة الوضع المرنة ( $E_{pe} = 0$ ).

3 - 1 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة واستنتج المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب.

3 - 2 أحسب السرعة  $v$  عند مرور المجموعة  $\{S, P\}$  من النقطة  $O$  لأول مرة.

- 3 - 3 بين أن المجموعة ممكن أن تذبذب بوسع  $z_i$  أكبر من  $z$  دون أن يغادر الجسم ( $S$ ) الكفة ( $P$ ) طالما أن قيمة  $z_i$  لم تتجاوز قيمة قصوية  $z_{\max}$ . أحسب  $z_{\max}$ . ما هو استنتاجك؟
- 4 - تجريبيا عندما تمر المجموعة من النقطة  $O$  مباشرة ينفصل الجسم ( $S$ ) عن الكفة. نقبل أن  $z < 0$  الجسم ( $S$ ) يبقى ملتصقا بالكفة و  $z > 0$  الجسم ( $S$ ) ينفصل عن الكفة و  $z = 0$  الجسم ( $S$ ) و الكفة ( $P$ ) لهما نفس السرعة  $v$ .

نضع  $z_{\max}$  الارتفاع القصوي الذي يمكن أن يصل إليه الجسم ( $S$ ) و  $Z_{\max}$  الارتفاع القصوي الذي يمكن أن تصل عليه الكفة والناضض. أوجد تعبير  $z_{\max}$  و  $Z_{\max}$ .

### تمرين 5

ننجز نواس لي بتعليق قرص عزم قصوره بالنسبة للمحور  $\Delta$  بطرف سلك فلزي رأسي طوله  $L = 0,50m$ . الطرف الآخر للسلك مثبت في النقطة  $O_1$  بحيث يكون محوري دوران السلك والقرص منطبقين. يوجد القرص في مستوى أفقي.

1 - أوجد طبيعة حركة القرص وأعط تعبير دوره الخاص  $T_0$ .

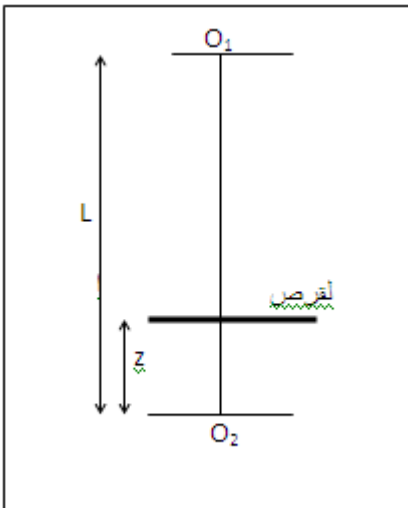
2 - احسب ثابتة لي السلك إذا كان  $T_0 = 0,92s$ .

3 - نثبت الآن طرفي السلك الذي يبقى رأسي في النقطتين  $O_1$  و  $O_2$ . يوجد مركز قصور القرص على المسافة  $z$  من الطرف السفلي  $O_2$  للسلك نهمل سمك القرص بالنسبة ل  $z$ .

أ - أوجد طبيعة حركة النواس الجديد وأعط تعبير دوره  $T'_0$  بدلالة  $L$  و  $T_0$  و  $z$ . علما أن ثابتة لي السلك تتناسب عكسيا مع طوله.

ب - أحسب  $T'_0$  نعطي  $\left(z = \frac{L}{3}\right)$

ج - بين أن الدور  $T'_0$  يبلغ قيمة قصوية  $T'_{\max}$  عندما نأخذ  $z$  قيمة معينة  $z_m$  احسب  $z_m$  واستنتج  $T'_{\max}$ .



### تمرين 6

الناض الحزوني لساعة مماثل لسلك ثابتة ليه  $C=4.10^{-5}N.m.rad^{-1}$  .  
 يدبر هذا الناض رفاصا له شكل عجلة ، عزم قصورها بالنسبة لمحورها  
 الثابت هو  $J_{\Delta}=4.10^{-6}kg.m$

نبعد الرقاص عن موضع توازنه حيث يكون الناض مرتخيا بإدارته بزاوية  $\alpha=30^{\circ}$   
 ونطلقه بدون سرعة بدئية .

1 - عين السرعة الزاوية القصوية للرقاص .

2 - أحسب الطاقة الحركية وطاقة الوضع للنواس عندما تأخذ الاستطالة

$$\frac{\theta_m}{2}$$

### تمرين 7

نثبت في أحد قضيب طوله  $l=40cm$  جسما صلبا (A) كتلته  $m=10g$  بحيث يمكن اعتباره نقطة  
 مادية.

يمكن للقضيب أن يدور في مستوى رأسي بدون احتكاك، حول محور  $\Delta$  أفقي وثابت يمر من  
 النقطة O .

نهمل كتلة القضيب بالنسبة لكتلة الجسم (A) فنحصل على نواس عزم قصوره بالنسبة للمحور

$$\Delta \text{ هو } J_{\Delta} = ml^2$$

1 - نزيح القضيب عن موضع توازنه الرأسي بزاوية  $\theta_m$  ثم نطلقه بدون  
 سرعة بدئية .

أ - بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك ، برهن على أن حركة الجسم (A)  
 دائرية جيبية في حالة التذبذبات ذات الوسع الضعيف .

ب - أعط تعبير الدور T لهذا النواس . واحسب قيمة T .

2 - نعتبر المجموعة {الجسم (A) - القضيب، الأرض}.

أ - برهن على أن الطاقة الحركية للمجموعة تساوي الطاقة الحركية  
 للجسم (A).

ب - أعط تعبير هذه الطاقة بدلالة  $l, m$  والسرعة الزاوية  $\theta$  للقضيب .

ج - أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة بدلالة  $m$  و  $\theta$  و  $g$  .

$\theta$  : زاوية انحراف القضيب مع وضعه الرأسي.

نختار كمرجع لطاقة الوضع المستوي الأفقي المار من (A) في حالة توازن القضيب.

د - عين تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة بدلالة  $m$  و  $g$  و  $\theta_m$  .

3 - نعتبر من جديد القضيب في وضعه الرأسي ( التوازن المستقر )، نعطي للجسم (A) سرعة  
 بدئية أفقية  $\vec{V}_A$  منظمها  $2m/s$ .

أ - بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد الزاوية القصوية لانحراف القضيب بالنسبة لوضعه  
 الرأسي.

ب - ما السرعة الدنوية التي يجب اعطاؤها للجسم (A) لكي يصل القضيب إلى وضع توازنه غير  
 المستقر .

ج - صف حركة المتذبذب إذا فاقت السرعة  $V_A$  قيمة هذه السرعة الدنوية . نعطي :  $g=10m/s^2$

